

ANNALEN DER PHYSIK

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF,
G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 75 HEFT 5
DER GANZEN REIHE 380. BANDES 5. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK

MIT EINER TAFEL



LEIPZIG

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1924 erscheinen Bd. 73, 74 u. 75 à 8 Hefte.

Preis von Band 75 für Deutschland Goldmark 20.—; England £ 1—;

Holland fl. 11.50; Schweiz Fr. 25.—, U.S.A. \$ 4.50.

Ausgegeben im Oktober 1924.

Inhalt.

	Seite
1. Carl Ramsauer: Über den unmittelbaren Nachweis der elektrischen Erdladung	449
2. A. Glaser: Über eine neue Erscheinung am Diamagnetismus der Gase	459
3. Karl Lang: Messung von Röntgennormalen. (Hierzu Tafel II)	489
4. Hermann Krefft: Der Dopplereffekt an Kanalstrahlen des Wasserstoffs. Nachtrag	513
5. Arthur v. Hippel: Die Theorie des Thermomikrophons . .	521
6. Ernst Sedström: Zur Kenntnis der Gold-Kupfer-Legierungen	549
7. Richard Becker: Über die strenge Gültigkeit des Gleichverteilungssatzes bei Oszillatoren und Rotatoren. (Bemerkung zu einer Arbeit von Georg Jaffé)	556

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Leopoldstraße 91.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



de
E

B
sc
la

w
g
ul
na
ti
h
de
du
in
zu
et
ke
al
ul
de
ni

Ü
de
an

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 75.

1. Über den unmittelbaren Nachweis der elektrischen Erdladung; von Carl Ramsauer.

Aus der Abnahme des Potentials V mit der Höhe h über dem Erdboden pflegt man auf die Oberflächendichte σ der Erde zu schließen nach der Formel

$$4\pi\sigma = -\frac{dV}{dh}.$$

Bei einem Durchschnittswert von 100 Volt/Meter erhält man so in runden Zahlen für die eigentliche Erdkugel die Gesamtladung $-5 \cdot 10^5$ Coulomb und das Potential $-6 \cdot 10^8$ Volt.

Dieser Schluß ist potentialtheoretisch durchaus zwingend, wird aber trotzdem meist mit einer gewissen Reserve wieder gegeben. So sagt Hr. Kähler in seinem bekannten Buche über Luftelektrizität (2. Aufl. 1921, Samml. Götschen): „Peltier nahm, um die Schönwetterelektrizität zu erklären, eine *negative Oberflächenladung der Erde* an. Diese Vorstellung gilt heute noch. Sie ist schon durch Rechnung aus der Zunahme der Spannungsdifferenz mit wachsender Höhe ableitbar und durch eine ganze Reihe von Beobachtungstatsachen, die wir im Laufe der folgenden Betrachtungen kennen lernen werden, zu beweisen.“ Diese Vorsicht in der Darstellung ist verständlich. Der Übergang von Laboratoriumsergebnissen zu kosmischen Schlüssen erscheint hier besonders bedenklich, weil alle Versuchsgrundlagen der Potentialtheorie ja gerade gegenüber dem Erdniveau als Bezugswert gewonnen sind, und weil der Potentialbegriff in seiner praktischen Anwendung stets nur relativen und niemals absoluten Charakter hat.

Aus diesem Grunde hielt ich es trotz meiner eigenen Überzeugung von der strengen Gültigkeit der obigen Gleichung doch für lohnend, die elektrische Oberflächenladung der Erde auch auf direktem experimentellen Wege nachzuweisen. Ein

solcher Versuch ist seiner Art nach gerade so berechtigt wie die bekannten direkten Versuche von Benzenberg¹⁾ und Foucault zum Beweis der Erddrehung. Jeder gesund denkende Physiker hält die Erddrehung auch ohne dies für unzweifelhaft und freut sich trotzdem über die experimentellen Beweise von unmittelbarer Anschaulichkeit. —

Der atomneutrale Zustand als Bezugswert. Für die Durchführung dieses Gedankens muß zunächst ein absolut gültiger und experimentell herstellbarer Neutralwert angegeben werden. Ein solcher wird in der modernen Physik dauernd benutzt, ohne daß er allerdings meines Wissens gegenüber der nur relativen Neutralität der Erdkugel genügend hervorgehoben wird. Absolut neutral in diesem Sinne ist jedes Atom, dessen Elektronenzahl in der Hülle gleich der Anzahl der überschüssigen positiven Ladungseinheiten des Kerns ist, und somit jeder Körper, welcher sich aus solchen neutralen Atomen zusammensetzt. Dabei ist diese Festlegung auch von unmittelbarer experimenteller Bedeutung, da der atomneutrale Zustand eines Körpers sich durch das Fehlen beschleunigender Kräfte im homogenen elektrischen Felde direkt nachweisen läßt. Unsere Frage lautet dann so: Wieviele Elektronen über oder unter dem atomneutralen Zustand besitzt ein gegebenes Oberflächenstück der Erdkugel?

Wie erhält man nun weiter diesen Bezugswert in experimentell verwendbarer Art? Die verlangte Atomneutralität ist gegeben durch den elektrischen Zustand im Innern jedes leitenden Körpers, ohne irgendwelche Rücksicht auf seinen elektrischen Außenzustand. Dieser Satz folgt aus unseren geltenden theoretischen Vorstellungen, soll aber in diesem prinzipiellen Zusammenhang lieber auf unmittelbare experimentelle Tatsachen zurückgeführt werden. Zunächst denkt man hierbei an die klassischen Versuche von Cavendish und Faraday über das Fehlen aller elektrischen Kräfte im Innern

1) Die Versuche von Benzenberg über die östliche Voreilung der fallenden Körper (ausgeführt in dem Hamburger Michaelis-Kirchthurm 1803, veröffentl. Dortmnd 1804) werden viel zu wenig gewürdigt; sie sind von derselben anschaulichen Beweiskraft und von größerer mathematischer Einfachheit wie der Foucaultsche Pendelversuch, und liegen dabei fast 50 Jahre vor Foucault.

eines Leiters, stößt aber auf die Schwierigkeit, daß es sich hier in der experimentellen Ausführung stets nur um Potentialdifferenzen gegen die Erde gehandelt hat, daß also zunächst nicht gesagt ist, ob die bewiesene Neutralität des Leiterinnern eigentlich Erdneutralität oder Atomneutralität ist. Ich habe es daher der Einfachheit wegen vorgezogen, diese Versuche in der Weise zu variieren, daß die obige Kennzeichnung der Atomneutralität als das Fehlen aller beschleunigenden Kräfte im elektrischen Felde unmittelbar anwendbar wird. Zu diesem Zwecke stellte ich ein Quadrantenelektrometer in ein isoliertes völlig geschlossenes Metallgefäß. Die Nadel war mit der Gefäßhülle verbunden, die beiden Quadrantenpaare waren durch eine kleine Batterie, welche sich ebenfalls in dem Gefäß befand und deren Mitte an die Gefäßhülle angeschlossen war, auf eine Potentialdifferenz von 40 Volt aufgeladen. Die Ablesung erfolgte durch eine enge, mit Metallnetz bedeckte Öffnung mittels Fernrohr und Skala. Wenn nun das Gefäß auf beliebige Potentiale gebracht wurde (bis 40000 Volt), so zeigte die Nadel nicht den geringsten Ausschlag, während $\frac{1}{4000}$ Volt noch bemerkbar gewesen wäre, einerlei, ob die Ladung gleichmäßig über die ganze Hülle verteilt war oder ob durch Annäherung geerdeter Leiter für unregelmäßige Ladungsverteilung gesorgt wurde. Hieraus folgt unmittelbar der obige Satz: Die Nadel zeigt keine Wanderung im elektrischen Felde, das Innere des leitenden Körpers ist also *atomneutral*.¹⁾

Das Prinzip der Methode. Die Methode beruht auf dem Vergleich des elektrischen Zustandes der Erdoberfläche mit dem atomneutralen Zustand des Erdinnern. Wir nehmen, um eine ganz bestimmte Vorstellung zu haben, ein kleines Stück der Erdrinde als aus Metall bestehend an. Wir denken uns jetzt ein quadratisches Stück *P* der Oberflächenschicht von etwa 1 m² Fläche und geringer Dicke, also eine Art Blechtafel, losgelöst. Die Loslösungsstelle vertiefen wir um einige

1) Der Versuch läßt sich natürlich sowohl durch Vergrößerung der Elektrometerempfindlichkeit wie durch Erhöhung des Aufladepotentials wesentlich verfeinern, mag aber hier genügen, zumal da die bisherigen Versuche, auf die sich unsere Kenntnis von der Beschränkung der elektrischen Ladung auf die Oberfläche stützt, in ihren ursprünglichen und in ihren jetzt üblichen Ausführungen durchweg wesentlich roher sind.

Zentimeter und erweitern sie außerdem nach allen Richtungen um einige Millimeter. Auf die Grundfläche G der Vertiefung stellen wir isolierende Stützen SS und legen die Blechtafel P darauf, derart, daß sie ganz in ihre ursprüngliche Lage kommt und also wieder einen Teil der Erdoberfläche bildet (Fig. 1). Wir nehmen jetzt eine zweite etwas größere Blechtafel P' mit einem Blechrand R , welche nach Belieben über P gestülpt werden kann, wie es die Figur zeigt, oder ganz entfernt werden kann. P kann über einen isolierten Hebel H , der sich in einem Schlitz des Blechrandes bewegt, mit der einen Klemme eines Galvanometers verbunden werden, dessen andere Klemme geerdet ist.

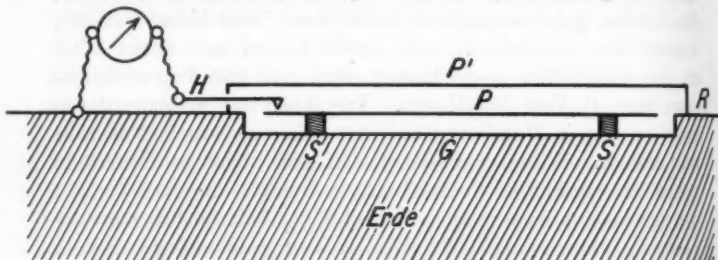


Fig. 1.

Das Versuchsschema ist folgendes:

1. P' ist entfernt; H ist heruntergeklappt und verbindet P mit Erde über das Galvanometer. P hat diejenige Ladung E , welche ihm gemäß seiner Lage als Teil der Erdoberfläche zukommt.

2. H wird hochgeklappt; P' wird übergestülpt; P' ist jetzt Erdoberfläche. P hat zunächst noch seine Ladung E , hat aber jetzt das Bestreben, diese Ladung abzugeben, da es im Erdinnern liegt.

3. H wird heruntergeklappt. P entlädt sich über das Galvanometer, bis es atomneutral geworden ist. Hierbei wird die ursprünglich auf P befindliche Ladung E durch den ballistischen Ausschlag des Galvanometers gemessen.

An Stelle dieses Schemas kann man auch den umgekehrten Weg einzuschlagen:

1. Das Endstadium der vorigen Reihe ist als Anfangsstadium gegeben. H wird hochgeklappt.

2. P' wird entfernt. P ist atomneutral, müßte aber seiner Lage nach, nämlich wieder als Teil der Erdoberfläche, eine entsprechende Ladung E haben.

3. H wird heruntergeklappt, P lädt sich über das Galvanometer bis zur Ladung E auf. Hierbei wird E durch den ballistischen Ausschlag des Galvanometers gemessen.

Die absolute Größe von E ist in beiden Fällen die gleiche, die Stromrichtung ist aber verschieden, entsprechend dem Gegensatz von Entladung und Wiederaufladung.

Die Ausführung der Methode. Die benutzte Anordnung entspricht mit geringfügigen Änderungen der Fig. 1. Eine mit Erde leitend verbundene Grundplatte G aus Zinkblech von 1 m^2 Fläche bildet die obere Belegung einer Tragbahn aus Holz. Über dieser Grundfläche steht die Platte P aus Zink von $90 \times 90\text{ cm}$ Fläche und 3 mm Dicke auf versenkten 1 cm über G hervorragenden Bernsteinstützen ss . Über P kann P' aus dünnem Zinkblech von $96 \times 96\text{ cm}$ Fläche und 10 cm Randhöhe gestülpt werden, so daß der Rand auf der Grundplatte G aufsteht. Von einem Schutzring, wie er sich aus der genauen Nachahmung der Fig. 1 ergeben würde, ist hier abgesehen, da der Abstand zwischen P und G sehr klein ist, und die überragenden Flächen von G als eine Art Schutzring dienen. P kann durch den mit Bernsteinhandgriff zu betätigenden Hebel H mit der einen Klemme eines Drehspulgalvanometers verbunden werden, dessen andere Klemme an die Grundplatte G angeschlossen ist. Die Galvanometerempfindlichkeit bei 315 cm Skalenabstand entspricht für 1 mm ballistischen Ausschlag 15×10^{-10} Coulomb. Es ist zu bemerken, daß 1 mm der Ableseskala infolge der abnorm starken Vergrößerung des benutzten Fernrohrs 2—3mal so groß aussieht, wie bei den gebräuchlichen Verhältnissen, wobei die betreffende Skalenstelle durch 3 Lampen so intensiv wie möglich beleuchtet wird; trotzdem beträgt die Genauigkeit nur etwa $\frac{1}{2}$ Skalenteil, da das Galvanometer aus äußeren Gründen nicht ganz erschütterungsfrei aufgestellt werden konnte. — Ein lichtelektrischer Einfluß auf das Zink wurde übrigens nicht beobachtet, da es sich um sehr alte Oberflächen handelte.

Da für die Erdoberfläche selbst zu geringe Ausschläge zu erwarten waren, so wurde die ganze Apparatur auf dem

flachen Dach des Chemischen Instituts der Technischen Hochschule aufgestellt. Die Apparatur stand auf 140 cm hohen Böcken, so daß sie die Abzugsröhren usw. überhöhte. Die Verbindung der Grundplatte *G* mit der Erdoberfläche wurde durch Anschluß an das netzartige Blitzableitersystem bewirkt. Das Galvanometer mußte auf dem Speicher des Instituts aufgebaut werden.

Die gemessenen Ausschläge variieren stark mit der Zeit, zwischen Null und 5 Skalenteilen. Als günstiges Beispiel sei eine Reihe angeführt, bei welcher die beiden obigen Schemata abwechselnd gebraucht sind. Entladung -3 . Wiederaufladung $+3,5$; $+3,5$; $+3$. Entladung $-3,5$; $-3,5$; -4 . Wiederaufladung $+3,5$; $+3$. Nimmt man als zeitliches Mittel $3,4$, so gibt das 51×10^{-10} Coulomb auf $0,8 \text{ m}^2$, also 64×10^{-10} Coulomb/ m^2 für die spezielle Lage von *P* in diesem speziellen Zeitpunkt. Das Vorzeichen der gemessenen Ladung ist negativ, d. h. das Quadratmeter hat einen Überschuß von 64×10^{-10} Coulomb: 16×10^{-20} Coulomb $= 4 \times 10^{10}$ Elektronen über den atomneutralen Zustand.

Der Ersatz des Galvanometers durch das Elektrometer. Die Galvanometermessung ist für die natürliche Erdoberfläche zu unempfindlich, wenn man sich auf leicht zu handhabende Galvanometertypen beschränken will. Experimentell einfacher ist es, die Potentialdifferenz¹⁾ von *P* gegen Erde im gewöhnlichen Sinne durch ein Einfeldenelektrometer mittlerer Empfindlichkeit nach Überstülperung von *P'* zu bestimmen und daraus mit Hilfe der vorher festgestellten Kapazität von *P* in dieser Lage ($9,7 \cdot 10^{-10}$ Farad einschließlich Elektrometer) die Elektrizitätsmenge *E* zu berechnen. So wurden gleichzeitig mit den oben angeführten Galvanometerwerten alternierend die Elektrometerwerte aufgenommen bei einer Empfindlichkeit von 2,6 Skalenteilen/Volt. Es ergaben sich folgende Zahlen: 12; 18; 13; 16. 15; 15; 15. 15; 15. 13; 13. 13; 13. Das Gesamtmittel von 14,3 entspricht 5,5 Volt oder $5,5 \times 9,7 \cdot 10^{-10}$ Cou-

1) Keinesfalls ist die gemessene Potentialdifferenz das Erdpotential, welches nur aus der Gesamtladung der Erde und der Gesamtkapazität der Erde berechnet werden kann. *P* besitzt eben als Einzelkörper gegenüber einer Umgebung von gemeinsamem elektrischem Zustand eine ganz andere Kapazität wie als Teil der Erde.

lomb = 53×10^{-10} Coulomb gegenüber 51×10^{-10} Coulomb nach den Galvanometermessungen. Diese Abweichung liegt durchaus innerhalb der meist viel größeren Schwankungen.

Dagegen ist es nicht möglich¹⁾, auch die zweite Form der Galvanometermessung, die von dem atomneutralen Zustand von P ausgeht, durch eine Elektrometermessung zu ersetzen. In demselben Augenblick, in welchem P' abgehoben wird, beginnt nämlich das Erdfeld auf P influenzierend zu wirken.

Hierdurch wird E entsprechend der Formel $4\pi\sigma = -\frac{dV}{dh}$ auf der oberen Fläche von P gebunden und $-E$ abgestoßen („—“ nur im Gegensatz zu der gebundenen Ladung). Das $-E$ kann aus dem vom Elektrometer angezeigten Potential und der auch für diese Bedingungen bestimmten Kapazität von P berechnet werden, ist hier aber lediglich durch die Wirkung des gegebenen Erdfeldes bedingt, d. h. diese Messung ist im Prinzip keine direkte Bestimmung von σ , sondern von $\frac{dV}{dh}$, wie sie auch von den Herren Wilson und Lutz aufgefaßt und verwertet wird.

1) Ich hatte anfangs angenommen, daß auch dieser Versuch das ursprüngliche Vorhandensein einer Ladung E auf P unmittelbar beweise, indem das atomneutral gewordene P unter diesen Bedingungen gegenüber seiner unveränderten Umgebung sich genau so verhielte, als ob es die Ladung $-E$ trüge („—“ nur im Gegensatz zum ursprünglichen E). Ich bin aber durch die unten angeführten Arbeiten Hrn. C. T. R. Wilsons zu der oben weiter entwickelten Auffassung geführt worden. Diese Arbeiten beziehen sich in erster Linie auf den vertikalen Leitungsstrom, weswegen sie mir auch erst nach Abschluß meiner Versuche bekannt geworden sind, enthalten aber daneben eine Methode zur Bestimmung von $\frac{dV}{dh}$ nach dem im obigen Text behandelten Schema, wobei die besondere Art der Messung in sehr eleganter Form dem Hauptthema der Arbeiten angepaßt ist. Vgl. C. T. R. Wilson, On a Portable Gold-leaf Electrometer for Low or High Potentials, and its application to Measurements in Atmospheric Electricity; und On the Measurement of the Earth-Air Current and on the Origin of Atmospheric Electricity. Proceed. of the Cambridge Philosoph. Soc. Vol. XIII. S. 184 bez. 363. 1905/06. On the Measurement of the Atmospheric Electric Potential Gradient and the Earth-air Current. Proceed. of the Roy. Soc. A. Vol. 80. S. 537. 1908. — Ferner als Anwendungsbeispiel: C. W. Lutz, Messung des vertikalen Leitungsstromes Luft-Erde im Jahre 1909. Sitzber. d. Akad. d. Wiss. zu München, Math. Phys. Cl. 1911. S. 329.

Das prinzipielle Verhältnis zwischen Oberflächendichte und Erdfeld. Der Übersichtlichkeit wegen seien hier noch einmal die verschiedenen behandelten Fälle zusammengestellt:

1. Die ursprüngliche Ladung fließt durch das Galvanometer ab, wenn P ins Erdinnere verlegt wird.

2. Die ursprüngliche Ladung fließt durch das Galvanometer wieder zu, wenn P wieder ein Teil der Erdoberfläche geworden ist.

3. Die ursprüngliche Ladung ruft eine Potentialdifferenz gegen Erde hervor, wenn P in das Erdinnere verlegt wird, und ist aus dieser mit Hilfe der Kapazität von P zu berechnen.

4. Das gegebene Feld der Erde, welches in der Nachbarschaft von P ungeändert erhalten bleibt, wirkt influenzierend auf das atomneutral gewordene P ein, wenn P wieder ein Teil der Erdoberfläche geworden ist. Die zur Messung gelangende abgestoßene Elektrizitätsmenge ist hierbei nur ein Maß für die Wirkung des Erdfeldes.

Nr. 4 scheidet für unsere Betrachtungen völlig aus. Nr. 2 ist beweiskräftig bezüglich der ursprünglichen Ladung von P , indem der frühere Zustand gänzlich wieder hergestellt wird, verliert aber dadurch etwas an unmittelbarer Klarheit, als auch hier das Erdfeld die treibende Ursache ist. Nr. 1 und 3 sind beide einwandfrei, da das Erdfeld ganz ausgeschaltet ist, doch verdient Nr. 1 den Vorzug, da der Vorgang in diesem Falle so einfach und anschaulich ist, daß er keine andere Deutungsmöglichkeit zuläßt wie das ursprüngliche Vorhandensein einer Ladung auf dem betreffenden Oberflächenstück der Erde.

Dabei ist logisch die Oberflächenladung der Erde im ganzen als die primäre Ursache, das Erdfeld als die Wirkung anzusehen. Die Hervorrufung der Erdladung durch die bloße Influenzwirkung eines schon vorhandenen fremden Feldes, wie sie z. B. von positiven Wolken oder Himmelskörpern ausgehen würde, ist deshalb ausgeschlossen, weil dann die Erdoberfläche gerade soviel positive wie negative Elektrizität zeigen müßte. Dagegen muß beachtet werden, daß derartige fremde Ladungen die Verteilung der negativen Oberflächenladung auf der Erde wesentlich beeinflussen können. Das heißt also im ganzen:

Die negative Gesamtladung der Erde, nämlich ein bestimmter Elektronenüberschuß über den atomneutralen Zustand, ist primär vorhanden; die tatsächlich beobachtete Differenz gegen die hierdurch gegebene Durchschnittsdichte wird dagegen durch fremde Ladungen bedingt.

Einige Messungsergebnisse. Letzten Endes gesucht ist die Elektrizitätsdichte auf dem Erdboden selbst, während die Apparatur meist auf 140 cm hohen Böcken stand. Durch alternierenden Vergleich wurde festgestellt, daß sich die Werte für 145 cm Gesamthöhe zu den Werten für 0 cm Höhe (bei etwas eingegrabener Tragbahre) verhalten wie 2,4 zu 1 und entsprechend umgerechnet werden müssen. Als höchster beobachteter Wert auf ebener Erde in mäßig freiem Gelände ergab sich nunmehr 15×10^{-10} Coulomb/m², wobei es sich aber nur um Messungen innerhalb weniger Tage handelte. Dies gibt für je 1 m² rund die Zahl von 1×10^{10} Elektronen über den atomneutralen Zustand. Die zeitlichen Schwankungen waren beträchtlich, wie dies ja auch vom Potentialgefälle bekannt ist. In einem Falle sank die Dichte beim Einsetzen eines leichten Regens von 14×10^{-10} Coulomb/m² in wenigen Minuten auf Null. Die räumlichen Unterschiede entsprachen der Erwartung. Es wurden als Maximalwerte, gemessen in 10^{-10} Coulomb/m², gefunden: auf dem Institutsdach 125, auf ebener Erde 15, 5 m vom Hochschulgebäude entfernt 1,5, im Zimmer Spuren, wobei diese Werte jedoch wegen der nicht berücksichtigten zeitlichen Schwankungen nur die Bedeutung von Größenordnungen haben.

Zusammenfassung.

1. Die Frage nach der elektrischen Oberflächendichte der Erde wird durch die Beziehung auf den atomneutralen Zustand präzisiert. Letzterer wird verwirklicht als der elektrische Zustand im Innern jedes geschlossenen Leitersystems, unabhängig von der Elektrizitätsverteilung auf der Oberfläche.

2. Es wird eine Methode zur Bestimmung der Elektrizitätsladung auf einem gegebenen Oberflächenstück der Erde angegeben, indem man dieses Oberflächenstück zeitweise durch Überdeckung mit einer neuen Oberflächenschicht zu einem Teil des Erdinnern macht. Die hierbei eintretende Entladung

dieses ursprünglichen Oberflächenstücks bezüglich seine Wiederaufladung nach Entfernung der übergestülpten Hülle wird durch ein Galvanometer gemessen.

3. Um diese etwas unempfindliche Methode auch für das freie Gelände brauchbar zu machen, kann die Galvanometermessung, nach Überdeckung mit der neuen Oberflächenschicht, durch die Potentialmessung mittels Elektrometer unter Benutzung der Kapazität des Systems ersetzt werden, wobei beide Methoden zu den gleichen Ergebnissen führen. Dagegen bedeutet die Potentialdifferenz, welche das atomneutral gewordene Flächenstück gegenüber der Umgebung nach Entfernung der übergestülpten Hülle zeigt, lediglich eine Wirkung des influenzierenden Erdfeldes, so daß man auf diesem Wege — prinzipiell betrachtet — nicht eine direkte Bestimmung der ursprünglichen Oberflächendichte, sondern des in der Umgebung konstant gebliebenen Erdfeldes erhält.

4. Nach diesen Methoden werden nach verschiedenen Bedingungen die Oberflächendichten festgestellt, d. h. es kann angegeben werden, wie groß der Überschuß an negativen Elektronen über den atomneutralen Zustand für das betreffende Oberflächenstück der Erde ist; hierbei wird als zufällig höchster Wert für 1 m^2 der Erdoberfläche die runde Zahl von 1×10^{10} Elektronen gefunden.

5. Die negative Gesamtladung der Erde, wie sie sich nach der entwickelten Meßmethode m^2 für m^2 ergibt, muß als das Primäre angesehen werden, wodurch das durchschnittliche Erdfeld hervorgerufen wird. Die Abweichungen von der so gegebenen Durchschnittsdichte werden dagegen durch die influenzierende Wirkung fremder Ladungen bedingt, wie sie als Raumladungen der Atmosphäre beobachtet werden und außerdem als Ladungen von Himmelskörpern denkbar sind.

Danzig, im Juni 1924.

(Eingegangen 10. Juli 1924.)

2. *Über eine neue Erscheinung am Diamagnetismus der Gase;* *von A. Glaser.*

(Aus einer Münchener Dissertation.)

I. Die Methode.

Der Panmagnetismus, d. h. die Tatsache, daß der gesamten Materie magnetische Eigenschaften innewohnen, wurde von Faraday in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts entdeckt an der ponderomotorischen Wirkung des magnetischen Feldes auf die Materie. Man hat zwar seitdem wohl alle Wirkungen des magnetischen Feldes zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften der Materie zu benutzen versucht, doch hielten sich die bei Untersuchung schwach magnetischer Körper erzielten Erfolge hinsichtlich der Empfindlichkeit der Methoden und der Genauigkeit der Resultate in recht mäßigen Grenzen. Besonders die Messungen an Gasen, die naturgemäß die schwächstmagnetischen Körper darstellen, lagen gänzlich im Argen, war doch für die meisten kaum das Vorzeichen, geschweige denn der Zahlenwert der Suszeptibilität sichergestellt. Ein klares Bild dieser Verhältnisse liefern die Seiten 1241—1246 der vierten Auflage (1912) der Landolt-Börnsteinschen physikalisch-chemischen Tabellen. Erst in neuester Zeit haben Take Soné¹⁾ und Wills und Hector²⁾ unter Ausnutzung der ponderomotorischen Feldwirkung Methoden zur Bestimmung der Suszeptibilität der Gase ausgebildet, die innerhalb der bei der Schwierigkeit solcher Messungen zu erwartenden Grenzen übereinstimmende Werte lieferten.

Es ist durchaus kein Zufall, daß gerade die ponderomotorischen Feldwirkungen sowohl bei der Entdeckung des Panmagnetismus überhaupt, wie auch bei der exakten Messung

1) Také Soné, *Phil. Mag.* (69) **39**. S. 305. 1920.

2) A. P. Wills u. G. Hector, *Phys. Rev.* **21**. S. 475. 1923; **23**, S. 209. 1924.

der kleinsten Suszeptibilitäten die entscheidende Rolle spielten. Es ist dies vielmehr wohl begründet in der unmittelbaren Zugänglichkeit derselben für die Messung und in der relativen Größe der in Erscheinung tretenden Effekte.

Es lag daher nahe, daß auch bei der vorliegenden Arbeit, die in ihrem ersten Teile die Ausbildung einer möglichst empfindlichen Methode zur Messung der Suszeptibilitäten von Gasen zur Aufgabe hatte, auf die *pondoromotorischen Feldwirkungen* zurückgegriffen wurde.

In ihren Grundzügen geht die Methode zurück auf Faraday¹⁾, der bekanntlich Stäbchen verschiedener Stoffe in ihrem Schwerpunkt an einem Faden zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagneten aufhing und aus Größe und Richtung der Drehung des Stäbchens im Felde Vorzeichen und Größe der Suszeptibilität bestimmte, letztere wenigstens soweit, daß er die Reihenfolge der einzelnen untersuchten Stoffe nach der Größe der Suszeptibilität angeben konnte. Bequerel²⁾ hat dann diese Versuche mit verbesserten Mitteln fortgeführt, indem er den Retorsionswinkel des Stäbchens aus seiner Lage im Felde in die ursprüngliche, die es ohne Feld innehatte, maß. Später gingen Rowland und Jaques³⁾ zu absoluten Messungen über, und bestimmten aus der Schwingungsdauer des Stäbchens die Suszeptibilität seines Materials. Diese Versuche an festen Körpern wurden von Schuhmeister⁴⁾ fortgesetzt und von ihm auch auf Flüssigkeiten, die er in Hohlstäbchen einfüllte, ausgedehnt.

Zur Untersuchung von Gasen nun wurde diese Methode als *Differentialmethode* ausgebildet. In einem Felde von der Stärke \mathfrak{H} mit der Inhomogenität $\partial \mathfrak{H} / \partial s$ ist ein Stäbchen von der Suszeptibilität k_0 an einem Faden im Schwerpunkt aufgehängt. Das Stäbchen sei umgeben von einem Gase von der Suszeptibilität k_r . Das Moment der am Stäbchen angreifenden Kräfte ist dann:

$$(1) \quad \mathfrak{M} = (k_0 - k_r) \int \left[\frac{1}{2} \text{grad } H^2, r \right] d v = (k_0 - k_r) \mathfrak{H}.$$

1) M. Faraday, Exp. Res. Ser. 20, 1845; Ser. 25, 1850.

2) E. Bequerel, Ann. de Chim. et Phys. (3) 28. S. 283. 1850; 32. S. 68. 1851; 44. S. 209. 1855.

3) H.A. Rowland u. W.W. Jaques, Amer. Journ. of Sc. 18. S. 360. 1879.

4) J. Schuhmeister, Wiener Ber. 83. S. 45. 1881.

r ist dabei der Abstand des Volumenelementes dv von der Drehachse, $\frac{1}{2}$ grad H^2 ein Vektor, dessen Komponenten

$$H \frac{\partial H}{\partial i} (i = x, y, z)$$

Produkte aus Stärke und Inhomogenität des Feldes sind. Dabei ist k_0 und k_r von diesen beiden letzteren Größen unabhängig vorausgesetzt. Gleichviel ob man Drehwinkel, Retorsionswinkel oder Schwingungsdauer des Stäbchens zur absoluten Messung der Suszeptibilität des Mediums benützen will, immer geht \mathcal{M} in die betreffende Formel ein. Es wird also Stärke und Inhomogenität in einem verhältnismäßig großen Bereich des Feldes bekannt sein müssen, etwa aus einer von Punkt zu Punkt fortschreitenden topographischen Ausmessung desselben. Es muß aber von vornherein als unmöglich angesehen werden, eine solche mit einer Genauigkeit durchzuführen, die der von der Methode zu fordernden Empfindlichkeit entspräche. Damit muß aber der Gedanke einer absoluten Messung von vornherein verlassen werden, wie es überhaupt als unzuweckmäßig erscheint, mit allen Methoden, die eine Kenntnis des Feldes in einem ausgedehnten Bereiche fordern, Absolutmessungen an Gasen vorzunehmen.¹⁾ Für Absolutmessungen bleibt dann nur die Steighöhenmethode übrig, welche die Kenntnis des Feldes lediglich in einem einzigen Punkte erfordert. Solche Messungen sind jüngst von Wills und Hector (a. a. O.) veröffentlicht worden. Mit ihrer Hilfe kann man die Suszeptibilität eines stark magnetischen Gases, etwa O_2 , zu deren genauer Bestimmung die Empfindlichkeit dieser Methode völlig ausreicht, messen und so einen Vergleichswert für die relative Messung an einem schwach magnetischen Gase mit einer empfindlicheren Methode erhalten. Aus obigem geht hervor, daß auch relative Methoden nur dann in Frage kommen, wenn bei allen Messungen immer die gleichen Stellen des Feldes in Frage kommen. Damit scheidet aber in unserem Falle die Methode der Ablenkung ohne weiteres aus, da sie gerade auf einer Lageveränderung des Stäbchens be-

1) Auch bei Messungen an festen Körpern und Flüssigkeiten dürfte dieser Gesichtspunkt wesentlich sein. Auf keinen Fall kann Messungen, bei denen die Kenntnis des Feldes lediglich auf einigen wenigen Bestimmungen der Feldstärke und der Anwendung einer umfangreichen Formel beruht, hinreichende Genauigkeit zugebilligt werden.

ruht. Auch die Methode der Schwingungsdauer ist somit nicht zu gebrauchen, da die Dämpfung des Stäbchens in jedem Gase eine andere ist, so daß es unmöglich ist, bei Versuchen in verschiedenen Gasen das Stäbchen bei einer oder gar bei mehreren aufeinander folgenden Schwingungen genau den gleichen Feldbereich durchlaufen zu lassen. Es bleibt somit nur die *Methode der Retorsion* übrig, welche, da das Stäbchen immer in die gleiche Lage retordiert und der Retorsionswinkel gemessen wird, der obigen Forderung entspricht. Abgesehen davon ist sie auch empfindlicher als die beiden anderen Möglichkeiten.

Der Retorsionswinkel α_r , für ein beliebiges Medium, bildet nun ein Maß für das am Stäbchen angreifende Moment

$$(2) \quad \mathfrak{M} = -\alpha_r \mathfrak{B},$$

wo \mathfrak{B} das Torsionsmoment des Aufhängefadens für 1° Drehung sei. Aus (1) und (2) erhält man dann

$$(3) \quad \alpha_r = (k_0 - k_r) \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{B}}.$$

Diesen Winkel α_r wollen wir den absoluten Retorsionswinkel nennen. Er mißt die Drehung des Torsionskopfes, welche notwendig ist, um das Stäbchen nach Einschaltung des Feldes in die Lage zurück zu drehen, die es vor Einschaltung desselben innehatte. Für ihn kommen neben den Eigenschaften des Mediums auch die des Stäbchens in Frage. Kennt man die Suszeptibilität k_1 eines Vergleichsglases und den derselben entsprechenden Retorsionswinkel α_1 , ferner den Retorsionswinkel α_0 für Vakuum, wo $k_r = 0$ ist und den Retorsionswinkel α_2 für das zu untersuchende Gas, so ergibt sich für dessen Suszeptibilität

$$(4) \quad k_2 = k_1 \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_2 - \alpha_0}.$$

Die Empfindlichkeit der Methode hängt einerseits ab von der Größe des relativen Retorsionswinkels $\Delta \alpha_r = \alpha_r' - \alpha_r$, welcher einer Änderung der Suszeptibilität des Mediums $\Delta k_r = k_r' - k_r$ entspricht. Er berechnet sich aus

$$(5) \quad \begin{cases} (k_0 - k_r) \mathfrak{M} = -\mathfrak{B} \alpha_r \\ (k_0 - k_r') \mathfrak{M} = -\mathfrak{B} \alpha_r' \end{cases}$$

$$\text{zu} \quad \Delta \alpha_r = (k_r - k_r') \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{B}} = \Delta k_r \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{B}}.$$

Soll für ein gegebenes Δk_r unser $\Delta \alpha_r$ möglichst groß werden, so muß \mathfrak{A} möglichst groß werden, \mathfrak{B} dagegen möglichst klein. Der Vergrößerung von \mathfrak{A} nun, d. h. der Erreichung möglichst großer Werte für Stärke und Inhomogenität des Feldes und für den Sinus des momentbildenden Winkels war durch die geringe Leistungsfähigkeit des verwendeten du Bois'schen Halbringelevtromagneten eine Grenze gesetzt. Infolge seiner großen Betriebswärme durfte dem Magneten für Dauerbetrieb nur eine Höchstbelastung von 8 Amp. zugemutet werden. Dabei war ein Polabstand von etwa 96 mm notwendig, welcher bedingt war einerseits durch die Länge des Stäbchens, welches frei zwischen den Polen schwingen sollte, andererseits dadurch, daß zwischen dem Rohr, in welchem das Stäbchen hängt, und den Polspitzen ein hinreichend großer Zwischenraum (etwa 3 mm) vorhanden sein muß, da sonst bei geringen Drucken infolge lokaler Erwärmung der Gefäßwand ein Radiometereffekt auftritt, der den Retorsionswinkel für Vakuum beträchtlich fälschen kann. So ist für die Stärke des Feldes eine unüberschreitbare Grenze gegeben. Dagegen kann man seine Inhomogenität durch Anwendung von Kegelpolstutzen sehr groß machen. Auch der Sinus des momentbildenden Winkels kann durch Wahl einer geeigneten Lage des Stäbchens, nämlich unter 45° zur Polverbindungsline, nahe an dem Wert 1 gebracht werden. Auch dadurch, daß das Volumen des Stäbchens durch geeignete Wahl von Länge und Dicke möglichst groß gemacht wird, kann man \mathfrak{A} noch vergrößern. Selbstverständlich hat eine Verlängerung nur insofern Sinn, als ein hinreichend starkes Feld vorhanden ist. Dagegen haben wir die Möglichkeit, \mathfrak{B} durch Anwendung sehr dünner Quarzfäden so klein zu machen als es die Zerfestigkeit des Quarzes nur irgend erlaubt. Mit Rücksicht auf die Dünne des Quarzfadens erscheint es dann zweckmäßig, das Stäbchen trotz großen Volumens möglichst leicht zu wählen, das heißt sein spezifisches Gewicht soll möglichst klein sein. Auch seine Suszeptibilität muß man möglichst klein wählen, damit nicht durch zu große Retorsionswinkel der ohnehin auf Zug stark beanspruchte Faden gefährdet wird.

Andererseits ist die Methode um so empfindlicher, je größer der *relative Drehwinkel* des Stäbchens $\Delta \beta_r = \beta_r' - \beta_r$ ist, welcher die der Suszeptibilitätsänderung Δk_r des Mediums

entsprechende Drehung des Stäbchens aus seiner durch β_r gegebenen Ruhelage in eine durch β_r' gegebene Lage darstellt. Denn es würde gar nichts nützen, wenn für ein sehr kleines Δk_r zwar $\Delta \alpha_r$ verhältnismäßig groß wäre, $\Delta \beta_r$ aber so klein, daß es sich der Beobachtung entzöge, welche ja erst der Anlaß zur Retorsion und damit zur Bestimmung von $\Delta \alpha_r$ ist.

Es handelt sich somit darum, daß die Drehung des Stäbchens $\Delta \beta_r$ aus seiner Ruhelage, welche durch die kleinste, am Teilkreise noch ablesbare Retorsion aufgehoben wird, groß genug ist, um sicher erkannt zu werden. Die Versuche haben nun gezeigt, daß sich dies nur mit einem Stäbchen mit Sicherheit immer erreichen läßt, das paramagnetisch ist, und zwar so stark, daß sein Paramagnetismus denjenigen eines paramagnetischen Gases, welches das Stäbchen eventuell umgibt, überwiegt. Der Grund hierfür liegt in der Inhomogenität des Feldes, die wir einem großen $\Delta \alpha_r$ zuliebe möglichst groß wählen mußten. Durch eine etwas umständliche Vorzeichenbetrachtung läßt sich nämlich zeigen, daß die Inhomogenität des Feldes bei überwiegend paramagnetischem Stäbchen vergrößernd auf $\Delta \beta_r$ wirkt, bei überwiegend diamagnetischem aber verkleinernd.

Man wird also das Stäbchen möglichst paramagnetisch machen. Da nun aber die paramagnetische Suszeptibilität nach dem Curieschen Gesetz

$$(7) \quad k = \frac{C}{T}$$

von der Temperatur abhängt, ist es notwendig, entsprechend der angestrebten Empfindlichkeit der Methode das Stäbchen und das es umgebende Medium sorgfältig auf konstanter Temperatur zu halten und deren Konstanz mit empfindlichen Mitteln zu kontrollieren. Die Änderung der Suszeptibilität infolge einer Temperaturänderung berechnet sich aus (7)

$$(8) \quad D_{k_r} = k_r T_0 \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right),$$

wo T die absolute Temperatur bedeutet. Eine Änderung der Temperatur von 15 auf 16° ergäbe, wenn wir das Stäbchen etwa so paramagnetisch wie Luft annehmen,

$$k_{\text{Luft}} = 0,0308 \cdot 10^{-6},$$

eine Änderung der Suszeptibilität des Stäbchens um

$$D_{kr}^{10} = 0,0308 \cdot 10^{-6} \left(\frac{288}{289} - 1 \right) \\ = - 0,000123 \cdot 10^{-6}.$$

Die Suszeptibilität des Wasserstoffs ist nach Wills und Hector (a. a. O.)

$$k_{H_2} = - 0,00017 \cdot 10^{-6},$$

also fast so groß wie die Suszeptibilitätsänderung des Stäbchens pro 1° Temperaturänderung. Will man Bruchteile der Suszeptibilität von Wasserstoff noch messen, so dürfen Schwankungen der Temperatur von höchstens einigen Hundertel Graden vorkommen. Für Kontrolle der Temperatur wird demzufolge ein Konstantan-Kupfer-Thermoelement mit empfindlichem Spiegelgalvanometer ausreichen. Denn die thermoelektrische Kraft eines solchen Thermoelements pro $\pm \frac{1}{100}^{\circ}$ Temperaturänderung an einer Lötstelle beträgt $\pm 4,4 \cdot 10^{-7}$ Volt. Das ergibt bei einem Galvanometer von 50 Ohm Widerstand $\pm 8,8 \cdot 10^{-9}$ Amp. Stromänderung.

Die Anwendung von Gleichung (4) setzt voraus, daß während der ganzen Dauer eines Versuches *M*, d. h. *Stärke und Inhomogenität des Feldes konstant bleiben*, und daß sie für jeden neuen Versuch reproduziert werden können. Die Konstanzhaltung während eines Versuches kann durch Kontrolle der Konstanz des Betriebsstromes und des Feldes selbst geschehen. Wie genau die Konstanzhaltung des Stromes sein muß, hängt davon ab, an welcher Stelle der Magnetisierungskurve des Magneteisens man sich befindet. Bei hohen Stromstärken wird sie weniger genau sein müssen als bei niedrigen. Da, wie aus den Messungen hervorgeht, nur Felder von etwa 5000 Gauss maximal erzielt wurden, Sättigung also bei weitem nicht erreicht war, wird damit zu rechnen sein, daß der Strom sehr genau konstant gehalten werden muß. Bei 8 Amp. konnte er, und wie die Versuche gezeigt haben, mußte er auf etwa 0,1 Proz. genau konstant gehalten werden, bei 0,3 Amp. auf etwa 0,5 Proz. Zu beachten ist hierbei aber, daß von konstanten Verhältnissen nur dann die Rede sein kann, wenn der Magnet sich in betriebswarmem Zustand befindet und das Temperaturgleichgewicht sich in allen seinen Teilen eingestellt hat, was erst nach mehreren Stunden der Fall ist, ferner wenn er keinen remanenten Magnetismus von eventuell früher erfolgten stär-

keren Magnetisierungen besitzt. Letzteres kann sich unter Umständen in einem tagelangen Sinken der Feldstärke um kleine Beträge äußern. Auch bei der Reproduzierung der Felder macht sich remanenter Magnetismus sehr störend bemerkbar, so daß es notwendig ist, ihn stets vor Einschaltung des Magneten auf ein Minimum herabzudrücken. Aber selbst wenn der Strom aufs Sorgfältigste konstant gehalten wird und der Magnet schon so lange in Betrieb ist, daß stationäre Zustände eingetreten sein müssen, treten zuweilen sprunghafte Änderungen der Feldstärke um kleine Beträge auf, deren Ursprung unaufgeklärt ist. Um diese sowie den Eintritt stationärer Verhältnisse mit Sicherheit feststellen zu können, ist neben der Kontrolle der Stromkonstanz auch eine genaue Kontrolle der Feldkonstanz selbst notwendig. Für diese reicht die Feldempfindlichkeit einer Wismutspirale trotz ihrer großen Temperaturempfindlichkeit noch aus. Eine Wismutspirale ändert bekanntlich ihren Widerstand pro 1000 Gauss um rund 5 Proz. Das sind bei etwa 10 Ohm Widerstand der Spirale 0,5 Ohm pro 1000 Gauss. Hat man im zweiten Brückenarme einen Rheostaten mit 10 Ohm und eine Betriebsspannung für die Brückenordnung von 2 Volt, so fließt in der Brücke, wenn sie für $H = 0$ stromlos war, pro ± 1000 Gauss ein Strom von $\pm 1,25 \cdot 10^{-4}$ Amp., wenn das Spiegelgalvanometer in der Brücke 200 Ohm Widerstand hat. Die Temperaturempfindlichkeit der Wismutspirale ist bei 5000 Gauss ungefähr 0,003 Ohm pro 1° und wird für schwächere Felder bedeutend kleiner. Wir haben oben gezeigt, daß die Temperatur von Stäbchen und Gas nur um einige Hundertel Grade schwanken darf. Da die Spirale naturgemäß in der Nähe des Stäbchens angebracht sein muß, kann ihre Temperatur ebenfalls in diesen Grenzen konstant gehalten werden. Nehmen wir $\pm 2,5/100^\circ$ Temperaturschwankung, so gibt das für die in Betracht kommenden Felder von maximal 5000 Gauss $\pm 0,000075$ Ohm Widerstandsschwankung, welche unter den obigen Annahmen eine Stromschwankung von $\pm 1,9 \cdot 10^{-8}$ Amp. ergibt. Man wird also die Brückenordnung so empfindlich machen können, daß man, ohne durch die Temperaturschwankungen gestört zu werden, das Feld auf etwa ± 1 Gauss konstant halten kann, was einer Brückenstromschwankung von $\pm 1,25 \cdot 10^{-7}$ Amp. entspricht. Bei Feldern von 5000 Gauss

und darüber kann man also die Konstanz des Feldes leicht auf 0,1 Proz. genau kontrollieren. Wie aus der im 3. Abschnitt mitgeteilten Magnetisierungskurve des Magneteisens hervorgeht, entspricht einer Feldänderung um ein Gauss eine Stromänderung von einigen Milliamp., so daß, nach dem oben Gesagten, die Feststellung der Konstanz von Feld und Strom sich in ungefähr den gleichen Grenzen hält.

Die Genauigkeit, mit welcher der *Druck* des das Stäbchen umgebenden Gases bestimmt werden muß, richtet sich nach der Empfindlichkeit der Methode. Wenn angestrebt werden soll, daß z. B. an Wasserstoff noch bei $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{100}$ Atm. gemessen werden soll, so reicht ein Barometer mit Millimeterteilung, in welcher sich die Zehntelmillimeter noch schätzen lassen, gerade aus. Für Sauerstoff, bei welchem man dann noch bei viel tieferen Drucken messen könnte, ist dies allerdings etwas knapp.

Entsprechend der hohen angestrebten Empfindlichkeit der Methode muß auf *größte Reinheit des Gase* gesehen werden, insbesondere von Verunreinigungen, die hohe Suszeptibilität haben, also von Sauerstoff und Stickoxyd. Soll z. B. an Wasserstoff noch der Einfluß von $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{100}$ Atm. meßbar sein, so heißt das, daß Änderungen der Suszeptibilität von $1,6 \cdot 10^{-11}$ bis $1,6 \cdot 10^{-12}$ noch meßbar sein sollen. Dann sind ceteris paribus Sauerstoffdrucke von 10^{-4} — 10^{-5} Atm. noch der Messung zugänglich, d. h. wenn Wasserstoff bei 1 Atm. nur $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{1000}$ Proz. Sauerstoff beigemischt hat, so fälscht dies das Resultat schon merklich.

II. Die Versuchsanordnung.

Die in Abschnitt I gewonnenen Grundsätze für die Ausführung unserer Methode haben nach langwierigen Versuchen, die die Ermittlung der optimalen Empfindlichkeit zum Ziele hatten, zu einer Versuchsanordnung geführt, die nun beschrieben werden soll.

Das von einem Wassermantel umgebene Versuchsrohr, in welchem das Stäbchen hing, zeigt Figg. 1 und 2. An dem mit Hilfe eines Griffes drehbarem oberen Schliffdeckel hing, genau zentriert, an einem Quarzfaden von 2—5 μ Dicke ein dünner vertikaler Glasstab, der oben, möglichst weit außerhalb des Feldes einen Spiegel trug, unten das Stäbchen. Dieses

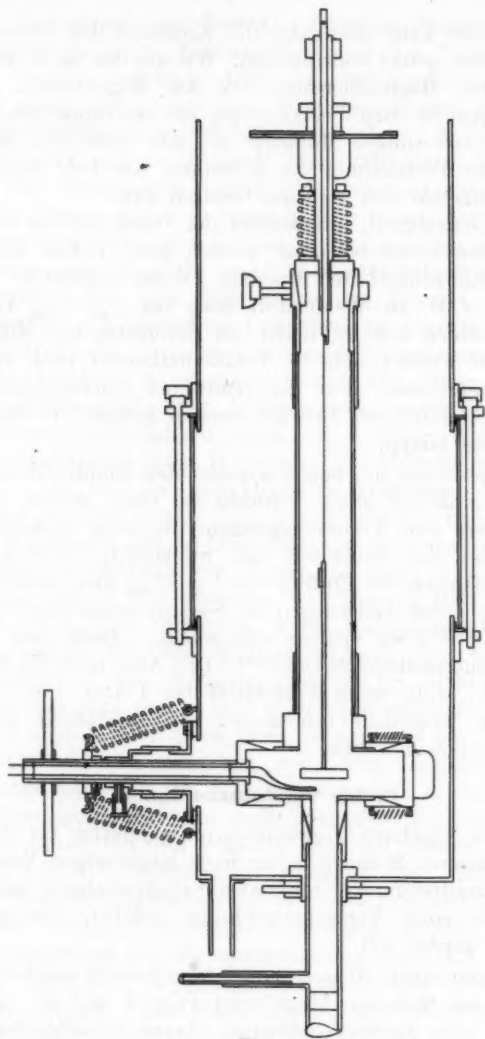


Fig. 1.

bestand aus einem Stück diamagnetischen Bleiglas von etwa 26 mm Länge, welches durch Aufschmelzen von dünnen Fäden

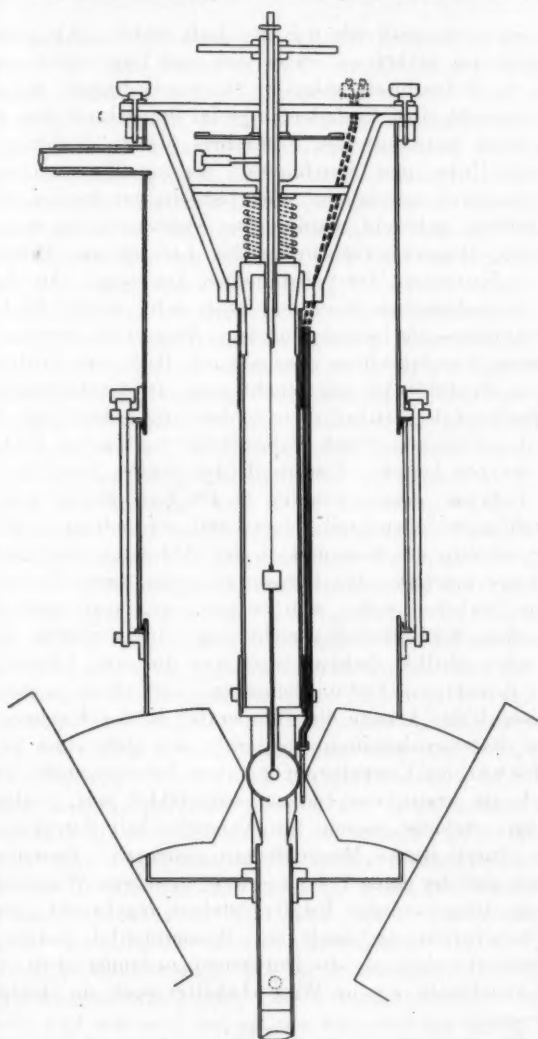


Fig. 2.

eines paramagnetischen Kobaltglases den nötigen Paramagnetismus erhielt, welchen man, wie die Versuche ergaben, zweck-

mäßig etwa so groß wie den der Luft wählt. Als günstigste Ruhelage des Stäbchens erwies sich eine Lage unter etwa 45° gegen die Polverbindungsline. Sie wurde fixiert, indem das Reflexionsbild einer Einfadenlampe im Spiegel mit dem Fadenstrich eines festmontierten Fernrohres (dessen Richtung überdies mit Hilfe einer Strichmarke, die am Wassermantel des Versuchsrohres angebracht war, festgehalten werden konnte) zur Deckung gebracht wurde. Die Symmetrie der dabei auftretenden Beugungserscheinung des Lichtes am Fadenstrich galt als Kriterium der vollständigen Deckung. An der Unsymmetrie derselben konnten schon sehr kleine Drehungen des Stäbchens aus seiner Ruhelage festgestellt werden. Die Retorsion des Stäbchens geschah mit Hilfe des Griffes, der oben am Schliffdeckel angebracht war. In der Drehachse war ein Messingstab vertikal verschiebbar angeordnet, mit dessen Hilfe das Stäbchen durch Heben bzw. Senken im Felde zentriert werden konnte. Unterhalb des Griffes trug die Achse einen Teilkreis, dessen Umfang in 400 Teile geteilt war. Ein Neuntelnonius (Bruchteil einer 360 Gradteilung) auf dem Zeiger erhöhte die Genauigkeit der Ablesung, die mit Hilfe einer Lupe geschah. Die horizontale zylindrische Kammer, in der das Stäbchen selbst sich befand, war vorn und hinten durch einen Schliffdeckel verschlossen. Im vorderen, der mit Hilfe eines Griffes drehbar war, war die eine Lötstelle des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes exzentrisch angeordnet. Auf diese Weise konnte die Temperatur in der Kammer rings um das Stäbchen bestimmt werden.¹⁾ Mit Hilfe eines weiteren Schliffes war das Versuchsrohr mit dem Zuleitungsrohr, welches zugleich als Stativ des Ganzen ausgebildet war, verbunden. Sämtliche Schliffe waren für Versuche mit Drucken über 1 Atm. durch starke Messingfedern gesichert. Zwischen der Kammer und der einen Polspitze war eine ebene Wismutspirale in einem dünnwandigen Kupferkästchen angebracht. Sowohl am Versuchsrohr als auch am Wassermantel waren Glaseinsätze vorhanden, um die Durchsicht zu ermöglichen. Außer dem Versuchsrohr war im Wasserbehälter noch ein elektrischer

1) Dies war notwendig, um feststellen zu können, ob nicht eventuell Wärmeströmungen oder Temperaturunterschiede in der Umgebung des Stäbchens vorhanden waren. Die Versuche haben jedoch nichts dergleichen ergeben.

Toluol-Quecksilber-Thermoregulator untergebracht, der die Temperatur des den Wasserbehälter durchfließenden Wassers automatisch konstant hielt. Dieses wurde mit Hilfe einer Kreispumpe aus einem 1,5 hl fassenden Thermostaten (mit kräftigem Rührwerk konstanter Kühlung und einer durch den erwähnten Thermoregulator automatisch betätigten Heizung) in den Wassermantel getrieben und gelangte durch ein Ablaufrohr aus ihm wieder in den Thermostaten zurück. Durch sorgfältige Einstellung von Kühlung und Heizung konnte eine Konstanz der Temperatur auf $\pm 1/100^{\circ}$ erzielt werden. Die andere Lötstelle des obenerwähnten Thermoelementes, das neben einem im Wassermantel hängenden Thermometer zur Kontrolle der Temperatur diente, war in einem Eisthermostaten von größter Konstanz untergebracht. Sämtliche Leitungen waren durch dickwandige Isolierrohre gegen Einflüsse von außen geschützt. Zur Messung des Thermostroms diente ein Siemenssches Spiegelgalvanometer mit 200 Ohm Widerstand, das mit Fernrohr und Skala abgelesen wurde. Die Empfindlichkeit dieser Anordnungen betrug $0,0075^{\circ}$ pro Skalenteil. Für die Messung des Betriebstromes des Magneten diente ein empfindliches Hartmann- und Braunschkes Amperometer, das Abweichungen von weniger als $1/100$ Amp. von einem eingestellten Werte festzustellen gestattete. Für ganz schwache Ströme wurde ein weniger gutes Instrument benützt, bei dem die Unsicherheit der Einstellung einige Milliamp. betrug. Die obenerwähnte Wismutspirale, die zur relativen Kontrolle der Konstanz des Feldes diente, hatte einen Widerstand ohne Feld von etwa 10 Ohm. Eine durch ein dickwandiges Isolierrohr geschützte Leitung verband sie mit der Brückenordnung, die samt dem 10 Ohm Rheostaten im anderen Brückenast und dem den Betriebsstrom liefernden Akkumulator zum Schutze vor thermischen Störungen in einem Holzkasten mit Baumwolle verpackt war. Von dort führte eine geschützte Leitung zu einem Siemensschen Spiegelgalvanometer, dessen Widerstand 50 Ohm betrug. Bei der erstmaligen Einschaltung eines bestimmten Feldes wurde auf Stromlosigkeit der Brücke eingestellt und während der ganzen Versuche bei dieser Feldstärke die Konstanz dieser Einstellung beobachtet bzw. wenn sie infolge einer etwaigen spontanen Feldänderung verloren gegangen war, durch Änderung des Betriebsstromes des Magneten

aufrecht erhalten. Änderungen der Betriebsstromstärke um einige Milliamp. konnten meist am Spiegelgalvanometer noch als deutlich sichtbarer Ausschlag beobachtet werden. Zur ungefährten absoluten Bestimmung der Felder diente eine um 10° drehbare Probespule mit 10 Windungen, deren Radius 0,5 cm war. Zur Feldmessung wurde sie an Stelle des Stäbchens in die Kammer gebracht. Das ballistische Galvanometer wurde geeicht durch den Induktionsstoß eines Erdinduktors. An das Zuleitungsrohr zum Versuchsgefäß waren angeschlossen: ein Barometer mit Millimeterteilung, das bis etwa eine Atmosphäre reichte, ein Manometer für Drucke über eine Atmosphäre, welches in Fünftelatmosphären geteilt war, eine rotierende Quecksilberpumpe und die Apparaturen zur Entwicklung und Reinigung der zu untersuchenden Gase. In der Nähe des Magneten war die Verwendung von Eisen auf das Sorgfältigste vermieden.

Die Darstellung des *Wasserstoffes*¹⁾ geschah im Kippischen Apparat aus reinem Zink und reinster verdünnter Schwefelsäure, welche vorher gründlich ausgekocht war, um die in ihr gelöste Luft zu vertreiben. Zur Erreichung höherer Drucke, und um die Schwefelsäure des ersten Kippschen Apparates nicht mit atmosphärischer Luft in Berührung bringen zu müssen, waren zwei Kippsche Apparate hintereinander geschaltet. Das entwickelte Gas passierte zunächst eine Waschflasche mit Kalilauge zur Beseitigung von mitgerissener Schwefelsäure und hierauf drei Waschflaschen mit gesättigter neutraler Kaliumpermanganatlösung zur Beseitigung etwaiger Verunreinigung durch Arsenwasserstoff, Schwefelwasserstoff und Kohlenwasserstoffe. Die vorhandenen Spuren von Sauerstoff wurden in einem Quarzrohr über rotglühenden Platinasbest in der Wasserstoffatmosphäre zu Wasser verbrannt. Hierauf wurde das Gas mit Kalziumchlorid und Phosphorpentoxyd getrocknet. Zur Beseitigung der letzten Reste vom Sauerstoff und etwa vorhandenen Stickstoffes wurde das Gas schließlich noch durch ein Rohr mit in Vakuum geglühter, durch flüssige Luft gekühlter Kokosnußkohle geleitet und hierauf durch ein Staubfilter.

Die Darstellung des *Stickstoffes*²⁾ geschah in einem im

1) L. Moser, Die Reindarstellung von Gasen S. 39, III.

2) L. Moser, a. a. O. S. 79, II.

Wasserbade erhitzten Rundkolben, aus einer konzentrierten Lösung von Ammonsulfat, in welche mittels eines Tropftrichters eine konzentrierte Lösung von Kaliumnitrit eintropfen konnte. Zur Beseitigung der Hauptmengen des als Verunreinigung auftretenden Stickstoffoxyduls und Stickoxydes passierte das Gas, nachdem es in einer Waschflasche mit Wasser von mitgerissenen Flüssigkeitstropfen befreit war, zwei Waschflaschen mit einer Lösung von Ferrosulfat. Darauf wurde es über Natronkalk, welcher zugleich etwa vorhandene Kohlensäurespuren beseitigte, getrocknet und in ein Verbrennungsröhr geleitet. Dieses enthielt eine kurze Schicht von Kupferoxyd in Drahtform, welche bei mäßiger Temperatur etwa vorhandenen Ammoniak zerstört, und eine 60 cm lange Schicht glühenden Kupfers, wodurch der quantitative Zerfall der Stickoxyde und die Absorption der Sauerstoffspuren erfolgte. Die Trocknung erfolgte in einem Phosphorpentoxydrohre, an welches sich das übliche Entstaubungsröhr schloß.

Die Darstellung der Kohlensäure¹⁾ geschah aus weißem Marmor und verdünnter ausgekochter Salzsäure im Kippschen Apparat. Um aus der oberen Kugel die atmosphärische Luft zu vertreiben, wurde für dauernde Kohlensäureentwicklung in ihr aus einem eingelegten Marmorstück gesorgt. Die Beseitigung von Chlorwasserstoffdämpfen geschah in einem Röhr mit Natriumbikarbonatpulver, die von Schwefelwasserstoff in einem Röhr mit Kupfersulfatbimsstein; etwa vorhandene Sauerstoffspuren wurden mit rotglühendem Kupfer entfernt. Dann folgte die übliche Trocknung und Entstaubung des Gases.

Es braucht nicht weiter erwähnt zu werden, daß für absolute Dichtigkeit der gesamten Anordnung Sorge getragen wurde, so daß eine spätere Verunreinigung der Gase durch einströmende Luft ausgeschlossen war.

Ein Bild der gesamten Versuchsanordnung gibt Fig. 3.

Der Hergang eines Versuches war in kurzen Zügen folgender: Nachdem eine hinreichend lange Zeit seit Einschaltung des Magneten, minimal 4–5 Stunden, vergangen war, so daß stationäre Verhältnisse im Magneten wie im Thermostaten eingetreten waren, wurde mit dem Einfüllen des Gases begonnen. Es wurde das Versuchsröhr evakuiert, und mehrere Male mit

1) L. Moser, a. a. O. S. 115, IV.

dem zu untersuchenden Gase gefüllt, und wieder evakuiert, bis man sicher sein konnte, daß bei der letzten Füllung Gasreste von früheren Füllungen aus dem Versuchsrohr vertrieben waren, das Gas also wirklich rein war. Als Kriterium für die Reinheit des Gases galt der Eintritt der Konstanz der relativen Retorsionswinkel zwischen Einstellung für Vakuum und Einstellung für Atmosphärendruck. (Über die beim Einfüllen und Abpumpen der Gase notwendigen Vorsichtsmaßnahmen vgl. S. 482.) Dann wurde unter sukzessivem Abpumpen des Gases die Suszeptibilitätsbestimmung, d. h. die Bestimmung der

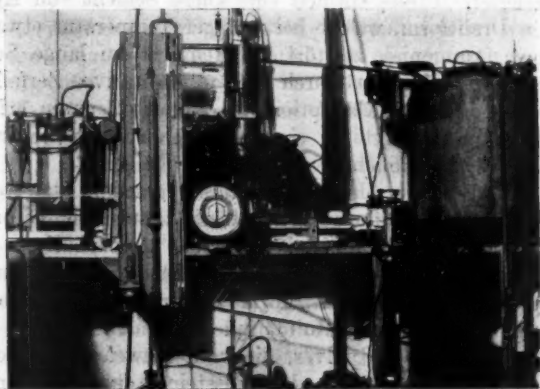


Fig. 3.

relativen Retorsionswinkel bei verschiedenen Drucken vorgenommen, wobei darauf geachtet wurde, daß die infolge des Joule-Thomson-effektes aufgetretene Temperaturänderung des Gases sowie des Stäbchens wieder völlig ausgeglichen war, was meist lange Zeit in Anspruch nahm. Die meisten Messungsreihen wurden so gewonnen, daß von höheren Drucken zu niedrigeren fortgeschritten wurde, da dann die Gasentwicklungs- und Reinigungsapparatur nur einmal in Gang gesetzt werden mußte, und so Gewähr gegeben war, daß die ganze Versuchsreihe mit Gas von gleicher Beschaffenheit durchgeführt wurde. Doch wurden anfangs zuweilen Messungen in umgekehrter Reihenfolge durchgeführt, um die Reproduzierbarkeit der gewonnenen Kurven darzutun.

III. Die Messungen.

Mit der im vorigen Abschnitt beschriebenen Versuchsanordnung wurden Messungen an Wasserstoff, Stickstoff und Kohlensäure bei verschiedenen Drucken angestellt. Die folgenden Tabellen I—IV enthalten die gewonnenen Resultate. In Spalte 1 ist der jeweilige Druck des Gases in mm Hg angegeben (P). In Spalte 2 die Einstellung des Retorsionskopfes für die Ruhelage des Stäbchen (E). In Spalte 3 der relative Retorsionswinkel ($\Delta \alpha$). In Spalte 4 die Werte für die Suszeptibilität ($k \cdot 10^{11}$), wenn man $k_{H_2} = 17,8 \cdot 10^{-11}$ zugrunde legt. Außerdem ist bei jeder Tabelle angegeben: die Zahl der verwendeten Spulen am Magneten, die Betriebsstromstärke, die jeweilige Empfindlichkeit der Anordnung und die Versuchstemperatur. Die Empfindlichkeit war nämlich nicht bei allen Versuchen die gleiche, da einerseits die Quarzfäden zuweilen rissen, und nicht immer durch vollkommen gleichwertige ersetzt werden konnten, andererseits weil auf Grund der bei den Versuchen gemachten Erfahrungen eine Reihe von Umbauten und Verbesserungen notwendig waren. Als Einheit der Empfindlichkeit wurde die Empfindlichkeit bei den ersten Messungen (Tab. I) angenommen. Nach allen Änderungen der Apparatur, die eine Änderung der Empfindlichkeit erwarten ließen, wurde die letzte vor der Änderung gewonnene Messungsreihe wiederholt und aus dem Vergleiche der entsprechenden Werte die neue Empfindlichkeit bestimmt. Überdies wurde zum Schlusse (Tab. IV) noch eine Messung an sämtlichen untersuchten Gasen mit der gleichen Empfindlichkeit vorgenommen. In allen Fällen, in denen so die Empfindlichkeit von 1 verschieden war, ist dann in Spalte 4 der relative Retorsionswinkel berechnet, welchen man erhalten hätte, wenn die Empfindlichkeit 1 gewesen wäre ($\Delta \alpha'$). In Spalte 5 ist dann die Suszeptibilität angegeben.

Außerdem wurde, um einen ungefähren Anhaltspunkt für die verwendeten Felder zu gewinnen, eine Bestimmung der Feldstärken vorgenommen. Dies geschah mit einer um 180° drehbaren Probespule in Verbindung mit einem ballistischen Galvanometer, dessen Konstante mit Hilfe eines Erdinduktors im gleichen Stromkreise bestimmt werden konnte. Tab. V enthält die erhaltenen Werte.

Tabelle I.

Wasserstoff.

8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 1, 13° C.

	<i>P</i>	<i>E</i>	$\Delta \alpha$	$k \cdot 10^{11}$
a)	0	398	0	0
	777	400	2	18
	573	399,56	1,56	14
	365	399,34	1,34	12,5
	176	399,06	1,06	9,5
	77	398,67	0,67	6
	27	398,22	0,22	2
	0	398	0	0
b)	0	0,78	0	0
	811	2,44	2,11	19
	605	1,89	1,56	14,5
	405	1,78	1,44	13
	208	1,45	1,12	10,5
	108	1,22	0,89	8
	59	0,79	0,45	4,5
	0	0,33	0	0
c)	886	2,78	2,23	20,5
	681	2,33	1,78	16
	480	2,06	1,45	13,5
	280	1,78	1,23	11,5
	82	1,23	0,67	6,5
	0	0,56	0	0

8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 1, 15° C.

d)	886	2,78	2,23	20,5
	681	2,33	1,78	16
	480	2,06	1,45	13,5
	280	1,78	1,23	11,5
	82	1,23	0,67	6,5
	0	0,56	0	0
e)	886	2,78	2,23	20,5
	681	2,33	1,78	16
	480	2,06	1,45	13,5
	280	1,78	1,23	11,5
	82	1,23	0,67	6,5
	0	0,56	0	0

Tabelle I (Fortsetzung).

	P	E	$\Delta \alpha_r$	$\Delta \alpha_r'$	$k \cdot 10^{11}$
8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 1, 15° C.					
f)	0	391,89	0	—	0
	886	394,22	2,23	—	20,5
8 Spulen, 5 Amp., Empfindlichkeit 0,293, 15° C.					
	886	64,22	0,67	2,23	20,5
	480	64	0,44	1,45	13,7
	82	63,78	0,22	0,68	6,8
	0	63,56	0	0	0
	700	64,06	0,45	1,67	15,5
	300	63,89	0,34	1,33	12
	40	63,67	0,11	0,34	3,4
	0	63,56	0	0	0

Tabelle II.

Stickstoff.

8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 1, 15° C.

	P	E	$\Delta \alpha$	$k \cdot 10^{11}$
a)	0	10,89	0	0
	809	14,78	3,78	34,5
	609	14	3,06	27,5
	410	12,89	1,89	17,5
	207	12,56	1,67	15
	108	12,12	1,22	11
	0	10,89	0	0
b)	865	15,11	4,06	36,5
	668	14,12	3,11	28
	460	13,22	2,12	19,5
	260	12,78	1,67	15,5
	161	12,56	1,56	14
	62	11,78	0,67	6,5
	0	11,06	0	0
c)	0	5,56	0	0
	700	3,89	3,33	30
	700	10,44	3,33	30
	500	9,45	2,34	21,5
	340	8,89	1,78	16,5
	142	8,56	1,44	13
	75	8,11	1	9
	24	7,45	0,34	3,5
	0	7,11	0	0

Tabelle II (Fortsetzung).

	<i>P</i>	<i>E</i>	Δz	$\Delta z'$	$k \cdot 10^{11}$
8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 1, 15° C.					
d)	0	6,44	0	—	0
	753	10	3,56	—	32
8 Spulen, 5 Amp., Empfindlichkeit 0,297, 15° C.					
	753	95,45	1,06	3,56	32
	584	95,22	0,78	2,56	23,6
	400	95	0,56	1,79	16,8
	350	95	0,45	1,67	15,2
	300	94,89	0,44	1,45	13,5
	201	94,78	0,34	1,23	11,8
	102	94,77	0,33	1,11	10,1
	53	94,66	0,22	0,68	6,7
	0	94,44	0	0	0

Tabelle III.

Kohlensäure.

	<i>P</i>	<i>E</i>	Δz	$\Delta z'$	$k \cdot 10^{11}$
8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 0,217, 15° C. (Empfindlichkeitsänderung wegen Umbau des Apparates.)					
a)	0	230,22	0	0	0
	900	232,67	2,44	11,22	101
	703	232,11	1,89	8,67	78
	502	231,56	1,33	6,11	55
	251	231,06	0,79	3,79	34,5
	150	231	0,78	3,56	32
	75	230,78	0,56	2,56	23
	25	230,44	0,22	1	9
	0	230,22	0	0	0
b)	817	221	2,22	10,22	92
	615	220,44	1,67	7,67	69
	415	219,89	1,11	5,11	46
	314	219,67	0,89	4,06	36,5
	215	219,56	0,79	3,79	34,5
	116	219,44	0,68	3,33	30
	67	219,12	0,34	1,78	16
	0	218,78	0	0	0

Tabelle III (Fortsetzung).

	<i>P</i>	<i>E</i>	$\Delta \alpha$	$\Delta \alpha'$	$k \cdot 10^{11}$
8 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 4,167, 15° C.					
(Empfindlichkeitsänderung wegen Umbau und anderem Quarzfaden.)					
c)	0	31,33	0	0	0
	799	71,78	41,44	9,90	89,5
	696	68,78	37,44	9	81
	597	61,45	30,45	7,11	64
	496	56,11	24,78	5,90	53,5
	396	51,11	19,78	4,68	42,5
	296	46,11	14,78	3,56	32
	197	45,11	13,78	3,33	30
	96	42,57	11,23	2,67	24
	47	38,11	6,78	1,67	14
	0	31,33	0	0	0
6 Spulen, 4 Amp., Empfindlichkeit 0,89, 15° C.					
d)	0	97,44	0	0	0
	763	106	8,44	9,44	85
	554	103,78	6,22	7	63
	358	101,56	4	4,45	40,5
	259	100,44	2,89	3,33	29
	109	100,11	2,56	2,89	26
	60	99,56	2	2,22	20
	0	97,56	0	0	0
e)	761,5	180,44	8,23	9,23	83,5
	510	177,78	5,68	6,44	58
	260	175,11	2,90	3,23	29,5
	210	174,89	2,68	3,06	27,5
	161	174,68	2,56	2,89	26
	111	174,34	2,22	2,45	22,5
	61	173,89	1,68	1,90	17,5
	0	172,12	0	0	0
6 Spulen, 8 Amp., Empfindlichkeit 2,817, 15° C.					
f)	736	266,67	25,78	9,12	82,5
	536	260	19	6,68	60,5
	236	252,67	11,67	4,12	37,5
	236	250	9	3,12	28,5
	136	248,67	7,67	2,68	24,5
	37	243,67	2,67	8,56	8,5
	0	241	0	0	0

Tabelle IV.

6 Spulen, 8,5 Amp., Empfindlichkeit 1,756, 15° C
(anderer Quarzfaden).

<i>P</i>	<i>E</i>	$\Delta \alpha$	$\Delta \alpha'$	$k \cdot 10^{11}$
Kohlensäure				
755	163,56	16	9,23	83,5
733	164	15,56	9	81
367	171,78	7,78	4,45	40,6
0	179,56	0	0	0
Stickstoff				
755	182	6,22	3,57	32,43
452	184,56	3,67	2,11	19,1
0	188,22	0	0	0
Wasserstoff				
755	170,06	3,34	1,90	17,7
700	170,33	3,11	1,79	16,24
0	173,44	0	0	0

Tabelle V.

Probespule: Windungen 10
 Radius: 0,5 cm
 Windungsfläche $f = 8,85$ qcm
 Erdinduktor: Windungen 390
 Mittlerer Radius 18,65 cm
 Windungsfläche $f_0 = 425943,43$ qcm
 Horizontalkomponente des Erdfeldes $H = 0,206$ Gauss
 Ausschlag bei Drehung des Erdinduktors bei 180°: $s_0 = 285$ mm

Amp.	Spulen	Amp. \times Spulen	Galvanometer Ausschlag s	$\mathfrak{S} = H \frac{s}{s_0} \frac{f_0}{f}$ (Gauss)
0,3	4	1,2	3,5	121,75
4	6	24	56	1888,0
8	6	48	110	3826,6
8,5	6	51	115	4000,5
5	8	40	91	3165,6
8	8	64	128,5	4470,1

Die Werte von Tab. Ia, b, c, d, e; Tab. IIa, b, c und Tab. IIIa, b, c sind in Fig. 4 dargestellt, die von Tab. II, IIId und IIId, e in Fig. 5, die von Tab. IIIf in Fig. 6. Tab. V endlich ist in Fig. 7 dargestellt.

Unsere Tabellen I—IV enthalten in ihren letzten Spalten die Suszeptibilitäten nach Také Soné bezogen auf

$$k_{H_2} = 17,8 \cdot 10^{-11};$$

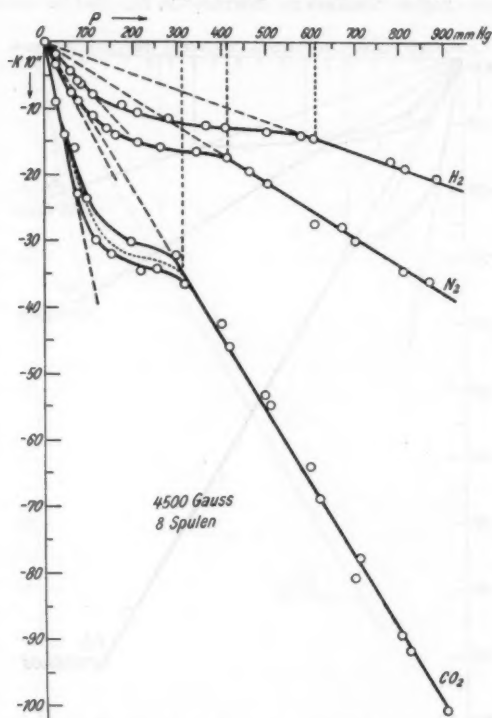


Tabelle Ia, b, c; IIa, b, c; IIIa, b, c.

Fig. 4.

dann ergibt sich $k_{N_2} = 32,7 \cdot 10^{-11}$,

$$k_{CO_2} = 84,0 \cdot 10^{-11}.$$

Bezieht man sie nach Wills und Hector auf

$$k_{H_2} = 17 \cdot 10^{-11},$$

so erhält man

$$k_{N_2} = 31,2 \cdot 10^{-11},$$

$$k_{CO_2} = 79,75 \cdot 10^{-11}.$$

Bei der Durchsicht der Tabellen fällt auf, daß die in Spalte E angegebenen Retorsionswinkel für Vakuum so außerordentlich verschieden sind, auch dann, wenn der Apparat inzwischen nicht verändert wurde, z. B. Tabb. Ia bis e,

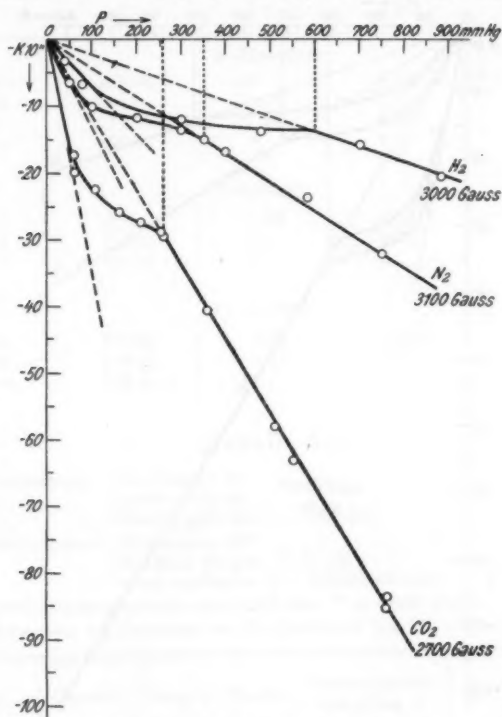


Tabelle If, II d, III d, e.

Fig. 5.

Tabb. IIa bis e, Tabb. IIIa, b und Tab. IV. Die Ursache hiervon ist unaufgeklärt geblieben. Es wurde zwar beobachtet, daß Nullpunktverschiebungen immer dann auftraten, wenn das Stäbchen etwa infolge des Abpumpens oder Zuströmens von Gas oder durch Stoß stark ins Schwingen kam, doch konnte kein irgendwie gearteter Zusammenhang zwischen Schwingungen und Nullpunktverschiebung gefunden werden. Es

konnten daher nur solche Messungen Berücksichtigung finden, bei denen es glückte, durch sorgfältige Vermeidung stärkerer Schwingungen den Nullpunkt zu erhalten. Um nicht bei der ohnehin sehr langen Dauer einer Versuchsreihe durch allzu



Tabelle III f.

Fig. 6.

langsames Einfüllen des Gases eine erhebliche Verlängerung der Versuchsdauer herbeizuführen, geschah das Einfüllen meist ohne Rücksicht auf etwa auftretende Schwingungen, so daß die Nullpunktverschiebungen zwischen den einzelnen Messungsreihen erklärlich sind. Bei einzelnen Messungsreihen, z. B. Ia, IIa, IIIa und IIIc, wurden auch beim Einfüllen Schwingungen sorgfältig vermieden, wodurch dann der Nullpunkt der

alte blieb. In Tab. Ib z. B. sieht man die Wirkung starker Schwingungen, die beim Einströmen des Gases auftraten, in Tab. IIc die Wirkung durch Stoß erzeugter Schwingungen.

Aus dem Druck - Suszeptibilität - Diagrammen in Figg. 4 bis 6 ergibt sich nun, daß die Suszeptibilität jedes der untersuchten diamagnetischen Gase, wenn man von höheren Drucken zu niedrigeren schreitet, zunächst proportional mit dem Drucke

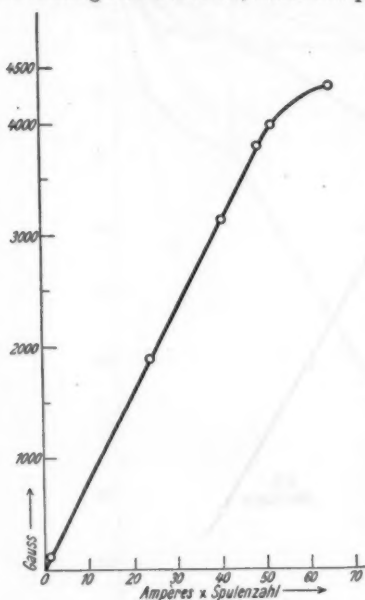


Tabelle V.

Fig. 7.

keine hinreichende Veränderung der Feldstärken möglich war. Es wird dies noch Gegenstand einer besonderen Untersuchung sein. In Fig. 4 fällt auf, daß sich die Kurve für Kohlensäure an der Stelle des Abbiegens von der Geraden gabelt. Der untere Zweig entspricht den Werten aus Tab. IIIa und b. Der obere den Werten aus Tab. IIIc. Es ist möglich, daß hieran äußere Einflüsse beteiligt sind, welche ihre Quelle in einem Umbau haben können, welcher vor der letzteren Messung

abnimmt. Bei einem bestimmten Drucke biegt bei jedem Gase die Suszeptibilitätskurve von der, der druckproportionalen Suszeptibilitätsabnahme entsprechenden Geraden ab. Die Suszeptibilitäten werden größer und nähern sich dem dreifachen Betrage des Wertes, den man bei druckproportionaler Abnahme erwartet hätte. Bei den einzelnen Gasen erfolgt das Abbiegen von der Geraden in der Reihenfolge der Molekulargewichte. Durch Verminderung der Feldstärke scheint eine Verschiebung der Stelle des Abbiegens von der Geraden nach niedrigeren Drucken zu erfolgen. Dies letztere erscheint jedoch nicht völlig gesichert, da mit den derzeitigen Mitteln

erfolgte, z. B. in einer unbeachtet gebliebenen Verminderung der Feldstärke.

IV. Deutung der Ergebnisse.

Die Vergrößerung der Suszeptibilität auf den dreifachen Betrag, die wir soeben feststellten, kann kaum anders gedeutet werden, als dadurch, daß eine Orientierung der Moleküle relativ zur Feldrichtung eintritt. Durch die klassische Theorie, nach der die Moleküle lediglich eine Präzessionsbewegung (Larmorpräzession) ausführen würden, ist das beobachtete Verhalten nicht zu erklären. Wie weit die Quantentheorie eine solche Möglichkeit ergibt, läßt sich gegenwärtig nicht ohne weiteres sagen. Immerhin wird man nicht fehlgehen, wenn man behauptet, daß die Tatsache der Orientierung allein durch sie erklärt werden kann. Dagegen wird man vielleicht erwarten, daß die klassische Theorie Aufschluß gibt über die Größe des Zahlenfaktors, mit dem die bei vollkommener Desorientierung der Molekularen gewonnene Suszeptibilität eines Gases multipliziert werden muß, um die Suszeptibilität im Falle einer bestimmten Orientierung derselben zu ergeben.

Nach unserer Ansicht befindet sich das Gas bis zu den Drucken herab, bei welchen in unseren Diagrammen das Abbiegen von der Geraden auftritt, im Zustande vollständiger Desorientierung seiner Molekülachsen. Bei tieferen Drucken tritt dann allmählich eine Orientierung ein, die schließlich auch völlig erreicht wird. Dies ist in dem letzten wieder geradlinigen Stück der Fall. Daß der Druck hierbei eine Rolle spielt, scheint uns nichts anderes zu bedeuten, als daß die Moleküle infolge ihres Trägheitsmomentes Zeit brauchen, sich im Felde zu orientieren, da man sicher voraussetzen darf, daß jeder Zusammenstoß vollkommen desorientierend wirkt. So lange die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen klein ist im Verhältnis zu der Zeit, die das Molekül zur Einstellung benötigt, haben wir den Zustand der vollkommenen Desorientierung. Es wird dies der Fall sein bei den höheren Drucken, bei welchen die freie Weglänge klein, die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen also kurz ist. Erst wenn sie eine hinreichende Größe besitzt, d. h. also wenn sie groß ist gegenüber der Einstellungszeit der Moleküle, kann von einer vollständigen Orientierung gesprochen werden. Ein Fingerzeig für die Richtigkeit dieser Anschauung

scheint uns darin zu liegen, daß das Abbiegen bei um so tieferen Drucken erfolgt, d. h. also dann, wenn die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen größer wird, je größer das Molekulargewicht des Gases ist, je größer also *ceteris paribus* sein Trägheitsmoment ist. Ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen den Drucken, bei denen die Abweichung erfolgt, und den Molekulargewichten der betreffenden Gase ergibt sich aus den Kurven, wie zu erwarten, nicht. Die Zeit, die ein Molekül zur Einstellung braucht, muß aber um so größer sein, je schwächer das richtende Feld ist. Bei schwachen Feldern muß also die Abweichung von der Geraden bei tieferen Drucken erfolgen als bei starken. Eine Andeutung hierfür ist aus unseren Figuren bereits ersichtlich. Doch erscheint es notwendig, diese Erscheinung mit besseren Mitteln noch eingehender zu verfolgen. Künftige Versuche mit einem größeren Elektromagneten sollen dies ermöglichen. Auch einen Temperatureinfluß auf die Stelle des Abbiegens muß man erwarten. Denn bei einer tieferen Temperatur, wo die kinetische Energie der Moleküle kleiner ist, wird die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen größer sein als bei höheren, vorausgesetzt, daß wir uns in beiden Fällen auf gleichviel Moleküle pro Volumeneinheit beziehen.

Wenn wir nun dazu übergehen, unsere experimentellen Ergebnisse mit der Theorie zu vergleichen, so ist zunächst hinsichtlich der Tatsache, daß eine Orientierung überhaupt eintritt, zu bemerken, daß die bisherigen Ergebnisse der Quantentheorie hierüber nichts aussagen; denn die Forderung, daß das diamagnetische Atom außerhalb des Feldes kein magnetisches Moment haben soll, ist damit gleichbedeutend, daß es kein Impulsmoment haben soll, so daß auch von einer Richtungsquantelung und einer Einstellung im Magnetfelde keine Rede sein kann. Beim Paramagnetismus hat man zwar außer der quantentheoretischen Richtwirkung des Feldes noch eine klassische Möglichkeit in der Maxwell-Boltzmannschen Verteilung, welche eine Zusammendrängung der Atomeachsen in Richtung des Feldes ergibt. Diese ist um so stärker, je größer das äußere Feld und das paramagnetische Moment des Atoms und je tiefer die Temperatur ist. Bei der Kleinheit der diamagnetischen Momente aber fällt dies wohl selbst bei den stärksten äußeren Feldern praktisch kaum ins Gewicht. Abgesehen davon ist die Maxwell-Boltzmannsche Verteilung

vom Drucke gänzlich unabhängig. Sie hängt bei gegebenem Atom (Molekül) und äußerem Felde einzig und allein von der Temperatur ab.

Was das Verhältnis $k_{\text{orientiert}} : k_{\text{desorientiert}}$ anlangt, so bemerken wir hier vorläufig nur folgendes: Die Paulische Berechnung der diamagnetischen Suszeptibilität¹⁾ ergibt auf unseren Fall angewandt

$$k_{\text{orientiert}} : k_{\text{desorientiert}} = 1 : \frac{2}{3},$$

während die Versuche liefern

$$k_{\text{orientiert}} : k_{\text{desorientiert}} = 1 : \frac{1}{3}.$$

Bei den Versuchen handelt es sich aber um Moleküle, während die Paulische Berechnung nur für Atome Gültigkeit hat. Letztere läßt sich nun zwar ohne Schwierigkeit den Verhältnissen bei Molekülen anpassen, daß sich das obige experimentell gefundene Verhältnis der Suszeptibilitäten ergibt. Doch erscheinen die hierzu nötigen Annahmen vorläufig etwas ad hoc gemacht. Erst wenn ein vollständigeres Tatsachenmaterial vorliegen wird, welches sich auch auf atomare diamagnetische Gase (Edelgase) und auf paramagnetische Gase erstrecken muß, kann hierüber endgültig entschieden werden.

Zusammenfassung.

Es wurde eine Methode zur Messung der Suszeptibilität der Gase ausgearbeitet, deren Empfindlichkeit hinreichend ist, Messungen auch bei tieferen Drucken als Atmosphärendruck vorzunehmen. Die Messungen ergaben eine Abweichung von der druckproportionalen Abnahme der Suszeptibilität der untersuchten Gase Wasserstoff, Stickstoff und Kohlensäure bei jeweils einem anderen, anscheinend von der Feldstärke abhängigen Druck, wobei die Suszeptibilitäten auf den etwa dreifachen Betrag der bei druckproportionaler Abnahme der Suszeptibilität mit sinkendem Drucke zu erwartenden Werte

1) W. Pauli, Zeitschr. f. Phys. 2. S. 201. 1920. Die Langevinsche Berechnung (Ann. d. Chim. et phys. (8) S. 570. 1905) ergibt zwar, wenn man sie auf unseren Fall anwendet,

$$k_{\text{orientiert}} : k_{\text{desorientiert}} = 1 : \frac{1}{3}.$$

Sie ist aber, was bisher anscheinend nicht bemerkt wurde, an den hierfür entscheidenden Stellen unrichtig.

anwachsen. Diese Erscheinung wurde gedeutet durch Annahme einer Richtwirkung des Feldes auf das diamagnetische Molekül.

Die vorliegende Arbeit wurde ausgeführt im physikalischen Institute der Universität München. Hrn. Geheimrat W. Wien, auf dessen Anregung hin diese Arbeit unternommen wurde, bin ich zu vielem Danke verpflichtet für das große Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte und für die stete Unterstützung durch Rat und Tat, die er mir bei der Ausführung derselben angedeihen ließ.

München, Physikalisches Institut der Universität,
Juli 1924.

(Eingegangen 26. Juli 1924.)

3. *Messung von Röntgennormalen;* *von Karl Lang.*

(Mitteilung aus dem Bonner Physikalischen Institut.)

(Hierzu Tafel II.)

Vorbemerkung.

Die Geschichte der Spektroskopie im langwelligen Gebiet lehrt, daß viele Beobachter, die nach verschiedenen Methoden arbeiten, zusammenwirken müssen, um hohe Genauigkeit zu erreichen. Bei den Röntgenspektren wurden bis jetzt die meisten exakten Wellenlängenmessungen nur mittels der Bragg'schen Drehkristall- und der Seemann'schen Lochkammermethode gewonnen. Beide Anordnungen haben durch den erfahrensten Spezialisten auf diesem Gebiete, M. Siegbahn, eine hohe technische Vollendung erfahren. Wie es scheint, ist jedoch bisher niemals zu Präzisionsmessungen die Schneidmethode nach H. Seemann verwendet worden. Daß dies möglich ist, zeigten vor einigen Jahren W. Vogel und A. Weber im hiesigen Institut. Ihre Spektrographen sind an anderer Stelle beschrieben.¹⁾ W. Vogel hat die Möglichkeit von Präzisionsmessungen nachgewiesen. A. Weber hat die stärksten Linien der K- und L-Serie einiger ausgewählten Elemente im Gebiete von 0,4—2,0 Å.-E. gemessen.²⁾ Er zeigte, daß auf seinem Wege Präzisionsmessungen mit der gewünschten Genauigkeit möglich sind, ferner, daß mit Hilfe solcher Messungen, die relativ zu einer $\text{CuK}\alpha_1$ -Normale berechnet sind, Normalen zweiter Ordnung aufgestellt werden können. In dieser, auf Veranlassung von Prof. Konen unternommenen Arbeit soll auf dem eingeschlagenen Weg weitergegangen werden. Es wird die Zahl der von A. Weber in der K- und L-Serie untersuchten Elemente erweitert. An Hand der erhaltenen Resultate wird weiter versucht ein System von Röntgennormalen mit $\text{CuK}\alpha_1$ als Bezugslinie aufzustellen,

1) W. Vogel, Zeitschr. f. Phys. 4. S. 257. 1921 und Diss. Bonn 1921.

2) A. Weber, Zeitschr. f. Phys. 4. S. 360. 1921 u. Diss. Bonn 1921.

um so Messungen anderer Autoren, die verschiedene Methoden anwandten, mit den eigenen vergleichbar machen zu können. Gleichzeitig werden die Bedingungen untersucht, die bei der Aufstellung eines Normalensystems jedenfalls erfüllt sein müssen.

1. *Normalen.* Wie schon Vogel betont hat, weisen die Erfahrungen auf dem älteren Gebiete der Optik unzweideutig darauf hin, daß auch im Bereiche der Röntgenstrahlen ein System von Normalen geschaffen werden muß, das nach ähnlichen Grundsätzen konstruiert wird, wie es so vorteilhaft im Bereiche 2000—10000 Å.-E. geschehen ist. Auf die interessante Entwicklungsgeschichte dieses Systems einzugehen, ist hier nicht der Ort. Es sei nur erwähnt, daß unter Verzicht auf alle älteren Versuche der direkten „absoluten“ Messung zahlreicher Wellenlängen nur eine Linie möglichst an das Meter angeschlossen wird. An diese werden die sogenannten sekundären Normalen relativ angeschlossen und zwischen diese endlich wird das System der tertiären Normalen eingeschaltet, das nun zur Bestimmung neuer Linien dient — in vollkommener Analogie zu den Methoden der Astrometrie. So ist gleichzeitig eine allmähliche und gleichförmige Verbesserung aller Messungen und eine große relative Genauigkeit gewährleistet, auf die es allein ankommt.

Die Frage ist, wie das vorhandene System in den Bereich der Röntgenstrahlen erweitert werden kann. Im äußersten Ultraviolett kam Millikan bei seinen letzten Versuchen bis zu 144 Å.-E. herab. Die längsten Wellen, die man bis jetzt bei den Röntgenstrahlen messen konnte, liegen zwischen 12 und 14 Å.-E. Also ist die Brücke vom Ultraviolett zu den Röntgenspektren noch nicht geschlagen und somit auch nicht für diesen neuen Zweig der Spektroskopie der Anschluß an das Meter gewonnen. Es stehen also hier nur die Gitterkonstanten der benutzten Kristalle und die Braggsche Beziehung $n\lambda = 2d \cdot \sin \varphi$ (n = Ordnungszahl des Spektrums, λ = Wellenlänge, d = Gitterkonstante, φ = Reflexionswinkel) zur Auswertung der Aufnahmen zur Verfügung. Um hier ein Normalensystem einführen zu können, muß man bis auf Weiteres von folgenden Voraussetzungen ausgehen.

1. Der strengen Gültigkeit der Braggschen Beziehung. Da man bis jetzt in der ersten Ordnung keine Abweichung

von der Braggschen Formel $n\lambda = 2d \cdot \sin \varphi$ feststellen konnte und zu Normalen nur Linien erster Ordnung in Betracht kommen, so kann man die Forderung als erfüllt ansehen.

2. Die Gitterkonstanten sämtlicher zur Verwendung kommender Kristalle müssen relativ zueinander berechnet sein. Die Unsicherheit der Avogadroschen Zahl von einigen Prozenten setzt die Grenze für die Genauigkeit der absoluten Größe der Gitterkonstanten bzw. Wellenlängen auf etwa 1 Proz. Es ist die Genauigkeit in der Berechnung der Gitterkonstanten leider nicht so groß, wie die in der Röntgenspektrometrie mögliche Bestimmung der Reflexionswinkel. Deshalb ist es auch unzweckmäßig, bei jeder Verbesserung der Werte für die Kristalldichte, die Avogadro'sche Zahl und das Molekulargewicht den absolut berechneten Wert der Gitterkonstanten und somit auch der Wellenlängen neu festzusetzen. So hat schon M. Siegbahn im Lunder Institut vor etlichen Jahren seinen sämtlichen Messungen den von Moseley berechneten Wert der Gitterkonstante vom Steinsalz

$$d = 2,81400 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

bei einer Normaltemperatur von 18°C zugrunde gelegt. Fast alle Autoren sind hierin dem Beispiele Siegbahns gefolgt. Somit kann man den Moseleyschen Wert der Gitterkonstanten vom Steinsalz die einzige bisher in der Röntgenspektroskopie vorhandene Normale nennen. Auf diesen Wert werden jetzt alle Gitterkonstanten der anderen Kristalle bezogen. Dabei wird die Übereinstimmung der Gitterkonstanten für verschiedene Exemplare desselben Kristalls vorausgesetzt. E. Wagner hat diese Frage an Steinsalz sehr verschiedenen Ursprunges geprüft und Übereinstimmung innerhalb der Meßfehler gefunden. In Lund hat man in den letzten Jahren relativ zu dem Moseleyschen Wert für Steinsalz, $d = 2,81400 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, die Gitterkonstanten von Kalkspat, Quarz, Gips, Zucker und Ferrocyankalium mit möglichst großer Genauigkeit bestimmt. Sämtliche so berechneten Gitterkonstanten gelten bei der Normaltemperatur von 18°C und haben meiner Ansicht nach den größten Anspruch auf relative Genauigkeit zueinander.

2. Umrechnungstabellen. In der Tab. 1 habe ich sämtliche im Lunder Institut berechneten Gitterkonstanten zusammengestellt.

Tabelle 1.

Kristall	Refl. Ebene	d bei 18°C	$\log 2 d_{18}$	lin. Ausd.-Koeff.	Autoren
Steinsalz	Spaltfläche	$2,81400 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$0,7503541-8$	$0,0000404$	Moseley, Siegbahn, Jahn Rad. 1921. S.
Kalkspat	Spaltfläche	$3,02904 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$0,7823347-8$	$0,0000104$	Siegbahn, Jahn Rad. 1921. S.
Quarz	Prismafläche	$4,24664 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$0,9290750-8$	$0,0000142$	Siegbahn, Z. Phys. 9. S. 68.
Gips	Spaltfläche	$7,5776 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$1,1805620-8$	$0,000025$	Hjalmar, Z. Phys. 1. S. 43.
Ferrocyan- kalium	Fläche 100	$8,408 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$1,2257227-8$	—	Siegbahn, Ann. Phys. 59. S. 56.
Zucker	Fläche 100	$10,572 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$	$1,32512-8$	—	Stenström, Ann. Phys. 57. S. 347.

Anmerkung: Nach Siegbahn konnte Ferrocyan-
kalium nicht in der Güte wie Kalkspat erhalten werden. Deshalb ist auch hier die Genauigkeit von d nicht so groß wie beim Kalkspat.

In einer eigenen Spalte sind die linearen Ausdehnungskoeffizienten senkrecht zur Reflexionsebene angegeben, da zur Erhöhung der Meßgenauigkeit der Reflexionswinkel bzw. der Wellenlängen Temperatureinflüsse eliminiert werden müssen. Man hat für φ bei einer Temperatur von $t^\circ \text{C}$ den Wert φ_t ; bei 18°C hätte man den Wert φ_{18} erhalten. Jetzt muß man aus φ_t den Wert φ_{18} ermitteln. Zu diesem Zweck ist nur $\log \sin \varphi_{18}$ nötig. Aus der Braggschen Beziehung hat man¹⁾

$$(1) \quad n \lambda = 2 d_{18} \cdot \sin \varphi_{18},$$

$$(2) \quad n \lambda = 2 d_t \cdot \sin \varphi_t.$$

Bei $t = t^\circ - 18^\circ$ und k = linearer Ausdehnungskoeffizient des betreffenden Kristalls senkrecht zur Reflexionsebene ist:

$$(3) \quad d_t = d_{18} (1 + k \Delta t).$$

Aus den Gleichungen (1), (2) und (3) folgt:

$$\log \sin \varphi_{18} = \log (1 + k \Delta t) + \log \sin \varphi_t.$$

Bei negativem Δt kann wegen der kleinen Größe von $k^2(\Delta t)^2$

$$\log (1 - k \Delta t) = - \log (1 + k \Delta t)$$

1) E. Hjalmar, Zeitschr. f. Phys. 15. S. 65. 1923.

gesetzt werden. Der Tab. 2 kann für Kalkspat, den ich zu meinen sämtlichen Aufnahmen als Analysator benutzte, $\log(1 + k \Delta t)$ für $\Delta t = \pm 10^\circ \text{C}$ entnommen werden. Für Gips hat die gleiche Tabelle Hjalmar an anderer Stelle zusammengestellt.¹⁾

Tabelle 2.

Δt	$\log(1 + k \cdot \Delta t)$	Δt	$\log(1 + k \cdot \Delta t)$	Δt	$\log(1 + k \cdot \Delta t)$	Δt	$\log(1 + k \cdot \Delta t)$
0,2	0,00000087	2,8	0,00001260	5,4	0,00002432	8	0,00003604
0,4	0,00000174	3	0,00001346	5,6	0,00002519	8,2	0,00003691
0,6	0,00000260	3,2	0,00001433	5,8	0,00002606	8,4	0,00003778
0,8	0,00000347	3,4	0,00001520	6	0,00002693	8,6	0,00003865
1	0,00000434	3,6	0,00001606	6,2	0,00002780	8,8	0,00003955
1,2	0,00000565	3,8	0,00001737	6,4	0,00002910	9	0,00004082
1,4	0,00000652	4	0,00001824	6,6	0,00002997	9,2	0,00004169
1,6	0,00000739	4,2	0,00001911	6,8	0,00003083	9,4	0,00004256
1,8	0,00000825	4,4	0,00001977	7	0,00003170	9,6	0,00004343
2	0,00000912	4,6	0,00002084	7,2	0,00003257	9,8	0,00004430
2,2	0,00000999	4,8	0,00002171	7,4	0,00003344	10	0,00004517
2,4	0,00001086	5	0,00002258	7,6	0,00003431		
2,6	0,00001173	5,2	0,00002345	7,8	0,00003517		

Hier sei noch eine Tabelle hinzugefügt, die die Ermittlung des Reflexionswinkels bei Verwendung eines anderen Kristalls vereinfacht. Es sei z. B. eine Aufnahme einer Linie mit Kalkspat vorhanden. Die gleiche Wellenlänge soll mit Steinsalz erhalten werden. Es ist:

$$(1) \quad n\lambda = 2 d_1 \sin \varphi_1,$$

$$(2) \quad n\lambda = 2 d_2 \sin \varphi_2.$$

Bei d_1 = Gitterkonstante vom Steinsalz, d_2 = Gitterkonstante vom Kalkspat und $k = d_2/d_1$ folgt aus (1) und (2):

$$\log \sin \varphi_1 = \log k + \log \sin \varphi_2.$$

Die Werte für $\log k$ sind in der Tab. 3 zusammengestellt. Es stehen in den Vertikalreihen die Kristalle, mit denen eine Aufnahme gemacht werden soll und in den Horizontalreihen diejenigen, von denen eine Aufnahme bereits vorliegt.

Um jetzt auf den vorher beschriebenen Grundlagen Normalen bestimmen zu können, benötigt man Linien, die erstens genügend scharf sind, zweitens sollen ihre Wellenlängen mög-

1) E. Hjalmar, Zeitschr. f. Phys. 15. S. 65. 1923.

Tabelle 3.

Kristall	Steinsalz	Kalkspat	Quarz	Gips	Ferrocyan- kalium	Zucker
Steinsalz d_1	—	$\frac{d_1}{d_2}$	$\frac{d_1}{d_3}$	$\frac{d_1}{d_4}$	$\frac{d_1}{d_5}$	$\frac{d_1}{d_6}$
	—	0,9680194—1	0,8212791—1	0,5697921—1	0,5246314—1	0,425234
Kalkspat d_2	$\frac{d_2}{d_1}$	—	$\frac{d_2}{d_3}$	$\frac{d_2}{d_4}$	$\frac{d_2}{d_5}$	$\frac{d_2}{d_6}$
	0,0319806	—	0,8532597—1	0,6017727—1	0,5566120—1	0,457216
Quarz d_3	$\frac{d_3}{d_1}$	$\frac{d_3}{d_2}$	—	$\frac{d_3}{d_4}$	$\frac{d_3}{d_5}$	$\frac{d_3}{d_6}$
	0,1787209	0,1467403	—	0,7485130—1	0,7033523—1	0,603055
Gips d_4	$\frac{d_4}{d_1}$	$\frac{d_4}{d_2}$	$\frac{d_4}{d_3}$	—	$\frac{d_4}{d_5}$	$\frac{d_4}{d_6}$
	0,4302079	0,3982273	0,2514870	—	0,9548393—1	0,855443
Ferrocyan- kalium d_5	$\frac{d_5}{d_1}$	$\frac{d_5}{d_2}$	$\frac{d_5}{d_3}$	$\frac{d_5}{d_4}$	—	$\frac{d_5}{d_6}$
	0,4753686	0,4433880	0,2966477	0,0451607	—	0,900602
Zucker d_6	$\frac{d_6}{d_1}$	$\frac{d_6}{d_2}$	$\frac{d_6}{d_3}$	$\frac{d_6}{d_4}$	$\frac{d_6}{d_5}$	—
	0,5747659	0,5427853	0,3960450	0,1445580	0,0993973	—

lichst unabhängig von den Erzeugungsbedingungen sein und drittens müssen sie günstig zu den übrigen Linien liegen. Als Röntgennormale erster Ordnung eignet sich vorzüglich die $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie. Kupfer ist auch wegen seiner großen Wärmeleitfähigkeit sehr geeignet als Antikathodenmaterial, besonders für die in Pulverform aufgetriebenen Substanzen, deren Röntgenspektrum untersucht werden soll. $\text{CuK}\alpha_1$ ist bis jetzt sehr oft absolut bestimmt worden, vornehmlich von M. Siegbahn und seinen Mitarbeitern. Siegbahns letzten und wohl genauesten Wert der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie

$$\lambda = 1537,30 \text{ X-E.}$$

habe ich als Normale erster Ordnung angenommen. Nach Übereinkunft mit A. Weber sind sämtliche im hiesigen Institut bis jetzt gemessenen Röntgenwellenlängen darauf bezogen worden. Um die verschiedenen relativen Messungen, denen vielleicht eine andere Normale zugrunde liegt, mit den eigenen vergleichbar zu machen, ist eine Umrechnung auf die Normale $\lambda = 1537,30 \text{ X-E.}$ nötig. Diese Umrechnung ermöglicht Tab. 4 sehr einfach. Sie beruht auf folgenden

Überlegungen: Die Wellenlänge der Normalen $\text{CuK}\alpha_1 = 1537,30$ X-E. sei λ_{CuN} , die der anderweitig benutzten Cu-Normale λ_{Cu} . Weiter sei eine Wellenlänge λ relativ zu λ_{Cu} gemessen und λ_X die auf λ_{CuN} umzurechnende Wellenlänge. Jeder auf der Platte gemessene Abstand der unbekannten Linie und der Cu-Normalen ist für alle angenommenen Werte der Normalen konstant. Es verändert sich also nur der Nullpunkt. Mit Hilfe des Abstandes Drehachse-Platte, der Bragg'schen Beziehung und dieser Änderung des Nullpunktes werden die Differenzen $\lambda - \lambda_X$ für $\lambda = 200$ bis 2500 X-E. berechnet. Rechts von den Wellenlängen stehen die Differenzen in hundertstel X-E. für $\lambda_{\text{Cu}} = 1537,30$ (also $\lambda_{\text{Cu}} > \lambda_{\text{CuN}}$) und links davon für $\lambda_{\text{Cu}} < 1537,30$ (also $\lambda_{\text{Cu}} < \lambda_{\text{CuN}}$). In der obersten Horizontalreihe sind die Unterschiede zwischen λ_{CuN} und λ_{Cu} in hundertstel X-E. angegeben. Die in Klammern beigefügten Wellenlängen geben den Übergang von einer Differenz $\lambda - \lambda_X$ zu einer anderen an. Je nachdem $\lambda_{\text{CuN}} > \lambda_{\text{Cu}}$ oder $\lambda_{\text{CuN}} < \lambda_{\text{Cu}}$ ist, wird die in der Tabelle gefundene Differenz zu der Wellenlänge addiert oder von ihr subtrahiert. Es kann auch jede Wellenlänge, die relativ zu einer beliebigen anderen Linie gemessen ist, an Hand der Tabelle auf 1537,30 X-E. bezogen werden. Dabei ist vor der oben nötigen Umrechnung noch aus der Tabelle der $\text{CuK}\alpha_1$ -Wert zu ermitteln, der der anderen Bezugslinie entspricht. Die Tabelle läßt sogar eine Umrechnung auf eine ganz beliebige Normale zu.

Leider merkt man bei der Durchsicht der einzelnen gemachten Wellenlängenbestimmungen gar bald, daß es noch sehr an guten relativen Werten mangelt. Diese sind unbedingt notwendig, um die einzelnen Messungen miteinander vergleichbar zu machen. Zu diesem Zwecke müßte vor allen Dingen eine Normale erster Ordnung, z. B. der hier benutzte $\text{CuK}\alpha_1$ -Wert = 1537,30 X-E. allgemein anerkannt werden. Dann kann man auch, wenn noch mehr relative, brauchbare Messungen vorhanden sind, Normalen zweiter Ordnung allgemein festlegen.

9. *Apparate und Versuchsanordnung.* Hier sei nur die neue verbesserte Form des Spektrographen beschrieben, da die theoretischen Überlegungen, nach denen es möglich ist, mit dieser Schneidenanordnung gegenüber den anderen Methoden gleichwertige Präzisionsmessungen zu machen,

- 1537,30 +

5	4	3	2	1	Wellen- länge	1	2	3	4	5
6	5	3	2	1	200	1	2	3	4	6
6	5	3	2	1	500	1	2	3	4	5
6	5	3	2	1	1000	1	2	3	4	5
5 (1100)	4 (1100)	3	2	1	1500	1	2	3	4	5
5	4	3	2	1	2000	1	2	3	4	4
					2100					(1600)
5	4	3	2	1	2500	1	1 (2100)	2 (2100)	3 (2100)	4

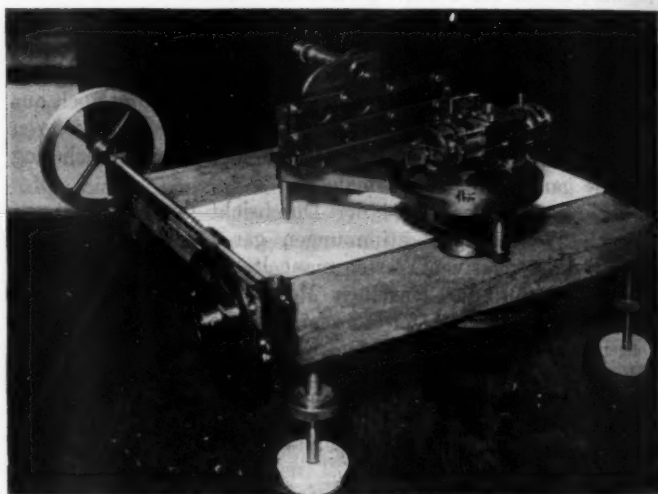


Fig. 1.

früher W. Vogel und A. Weber schon mitgeteilt haben. Der ganze Spektrograph ist aus Rotguß hergestellt und im

5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	16	16
5 (300)	7	7 (300)	9	10	11	12	13	14	16	16
5	6 (600)	7	8 (600)	9 (700)	11	11 (900)	13	13 (900)	15 (600)	16
5	6	7	8	9	10 (1100)	11	12 (1100)	13	14 (1200)	15 (1100)
4 (1600)	5 (1600)	6 (1600)	7 (1600)	8 (1600)	9 (2000)	10 (1600)	11 (1600)	12 (1600)	13 (1600)	14 (1600)
										13
4 (2100)	5	6	6 (2100)	7 (2200)	8 (2200)	9 (2100)	10 (2100)	11 (2200)	12 (2100)	12 (2400)

hiesigen Institut gebaut. Platten-, Fernrohrhalter und die Drehscheibe für den Kristallschneidenhalter ruhen auf einem dreieckigen Untergestell (Fig. 1). Die Drehscheibe ist selbst noch in eine dicke Messingscheibe eingepaßt. Mittels einer Führungsnute ist auf dieser Drehscheibe ein Messingklotz verschiebbar angeordnet, der die Schneide und in einem Ansatz den Kristall trägt. Die auswechselbare Schneide besteht aus metallischem reinem Wolfram und ist unter einem Keilwinkel von etwa 90° geschliffen. Der Kristall wird unter Zwischenlage einer Korkscheibe durch eine Schraube leicht gegen seine Auflagefläche gedrückt. Der Schneidenhalter wird gut passend durch eine Bohrung in den Messingklotz eingeführt. Durch eine Mikrometerschraube von 0,005 mm Ganghöhe und eine daran befestigte Meßtrommel ist es möglich, die Schneide um meßbar kleine Entfernungen vor dem Kristall zu variieren. Der Kristall kann in der Horizontalen um 180° gedreht werden und auch in der Vertikalen, um gegebenenfalls die Webersche Neuerung anwenden zu können.¹⁾ Um diese beiden Drehungen genau ausführen zu können, sind zwei Kontrollspiegel angebracht. Auf das dreieckige Untergestell ist dann in ungefähr 15 cm Entfernung von der

1) A. Weber, Zeitschr. f. Phys. 4. S. 360. 1921.

Spektrographenachse der Plattenhalter aufgeschraubt. Die photographische Platte kommt auf einen Messingstab zu stehen und wird mittels vier Messingfedern festgedrückt. Um dann noch die Platte genau senkrecht zur Reflexionsebene des Kristalls stellen zu können, liegt ihre Schichtseite auf acht Stellschrauben auf. Während einer Aufnahme ist über den Plattenhalter ein schwarzer Blechkasten gedrückt, der zum Strahlendurchtritt auf der einen Seite einen mit dünnem Papier überklebten Ausschnitt hat. Hinter dem Plattenhalter ist der Fernrohrhalter befestigt. Das Fernrohr, das mit Gauss'schem Okular versehen ist, kann an drei Stellen angeschraubt werden und dient zur Kontrolle der horizontalen und der vertikalen Kristalldrehung und zum Justieren der Schneide, des Kristalls und der Platte. Der ganze Spektrograph wird bei einer Aufnahme um die Drehachse langsam (etwa in einer Minute um 1°) geschwenkt. Zu diesem Zwecke wird er an ein Schneckengetriebe angekuppelt, das am Holzuntergestell des Spektrographen montiert ist und von einem umschaltbarem Elektromotor in Tätigkeit gesetzt wird. Die beiden Füße des Spektrographen gleiten dabei über eine geschliffene Glasplatte, unter der auf Papier beiderseits der Nullstellung im Abstand von immer 3° die Reflexionswinkel aufgezeichnet sind. Zu den eigenen Untersuchungen wandte ich die Vogelsche Neuerung an.

Um brauchbare Spektren zu bekommen, muß die Reflexionsfläche des Kristalls senkrecht zur Platte und deshalb die Schneide, die senkrecht zu dieser Fläche des Kristalls steht, parallel zur Platte sein. Demnach gestaltet sich die Justierung des Spektrographen kurz folgendermaßen: Es wird mittels eines feinen Lotes, eines kleinen Planspiegels und der acht Stellschrauben am Plattenhalter die Schneide und die photographische Platte, die beim Justieren durch eine geschliffene Glasplatte ersetzt ist, senkrecht zum Fernrohr gestellt. Danach ist auch die Schneide parallel der photographischen Platte. Mit einem Rechtwinkelprisma und dem senkrecht zur Schneide stehenden Fernrohr wird die Reflexionsfläche des Kristalls senkrecht zur Platte justiert. An Stelle des Prismas tritt später ein oberflächenversilbertes Planspiegelchen, um während der Aufnahme die 180° -Drehung kontrollieren zu können. Durch eine Verstellerschraube an der Seite des Kristall-

schneidenhalters ist es möglich, die Exzentrizität der Reflexionsfläche gegen die Spektrographenachse auf ein Minimum zu beschränken. Gleichzeitig wird die Breite des Spaltes eingestellt und mit dem Mikroskop gemessen.

Große Schwierigkeiten bereitete bei früheren Versuchen im hiesigen Institut die Herstellung einer betriebssicheren Röntgenröhre. Am besten bewährte sich damals eine Metallröhre. Zu meinen eigenen Untersuchungen wurde eine neue solche Röhre gebaut. Die eigentliche Röhre besteht aus einem Guß, der 80 Proz. Kupfer, 6 Proz. Zink, 7 Proz. Zinn und 7 Proz. Blei enthält. Durch diese Legierung ist ein schädlicher Austritt der Röntgenstrahlen durch das Metall wirksam unterbunden. Die nebenstehende Fig. 2 zeigt die Röhre. Die Kathode ist in einem Porzellan-*zylinder* isoliert in den Entladungsraum eingeführt. Die Entfernung des Kathodenrohrs von dem Metallstutzen an der Röhrenwandung darf nicht größer als 10 mm, aber auch nicht kleiner als 5 mm sein. Ist das Vakuum genügend hoch, so verhindert der Kathodenfall jede Entladung zwischen dem Kathodenrohr und dem Metallstutzen. Die eingeschlifene Antikathode, die die gleiche Metalllegierung wie das Röhrengehäuse hat, ist an ihrem oberen Ende zwecks Verkleinerung der wirksamen Höhe des Brennflecks nur in einem Winkel von 15° zum Strahlenaustritt geneigt.¹⁾ Als Fenster zum Strahlenaustritt ist eine Aluminiumfolie von 0,075 mm Dicke mit Pizein befestigt, das immer als Kittmittel verwendet wird. Der Mantel der Röhre und die Antikathode sind durch zueinander parallelgeschaltete Wasserleitungen, die Kathode dagegen zur Vermeidung eines Kurzschlusses durch ein isoliert stehende Wasserleitung gekühlt. Obwohl alle Metallteile vor dem Auspumpen mit Sodalösung gründlich ausgekocht und mit Alkohol nachgespült worden waren, so dauerte dennoch das erstmalige Auspumpen unter

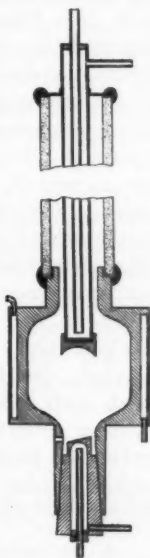


Fig. 2.

1) H. Seemann, Ann. d. Phys. 51. S. 391. 1916; 53. S. 461. 1917.

fortgesetztem Stromdurchgang mehrere Stunden, bis das Vakuum genügend hoch hielt. Es lösten sich aus der Metallwandung immer wieder Gasteilchen, die das Vakuum stark verringerten. Der Kitt- und Lötstellen wegen muß das Pumpenaggregat — Quecksilbertrommelpumpe von Gaede und Kapselpumpe — dauernd angeschlossen bleiben. Während des Betriebes härtet sich die Röhre von selbst. Es kommt soweit, daß die Röhre immer härtere Strahlen aussendet, bis schließlich nach dem Pumpen keine Entladung mehr hindurchgeht. In diesem Falle stellt man am besten die Kühlung ab, um die Röhre schneller wieder benutzen zu können. Der Brennfleck ist punktförmig gewählt. Um den Schließungsstrom von der Röhre fernzuhalten, ist eine dreiteilige Spitze-Platte-Funkensackstrecke in die positive Hochspannungsleitung eingeschaltet. Die zu schnell eintretende Lichtbogenbildung in der Funkensackstrecke wird durch einen energisch wirkenden Ventilator unterbunden. Die Gesamtfunkensackstrecke setzt auch dem Öffnungsfunkensack noch ziemlichen Widerstand entgegen. Als Hochspannungsquelle dient ein 25 cm Induktor von Reiniger, Gebbert und Schall. Primärstrom ist 12–14 Amp. bei 150 Volt und der Sekundärstrom 2–5 Milliamp. Die Primärspule des Induktors wird während des Betriebes kräftig durch Luft gekühlt. Zur Unterbrechung wurde ein elektrolytischer Unterbrecher von Wehnelt benutzt. Die zu untersuchenden Elemente wurden entweder aufgelötet oder festgeklemmt oder auch — bei pulverförmiger Substanz — auf die geritzte Antikathode gerieben.

4. *Aufnahmen und Messungen.* Es wurden von 15 ausgewählten Elementen die stärksten Linien der K- und L-Serie im Bereich von 500–2000 X-E. aufgenommen. Um die Linien immer in der gleichen Höhe messen zu können, habe ich in der Mitte des Plattenhalterschlitzes einen dünnen Kupferdraht von 0,2 mm Dicke gespannt, der sich dann auf der Platte als heller Streifen abbildete. Ehe zu den eigentlichen Aufnahmen geschritten werden konnte, waren zahlreiche Vorversuche nötig. Unter diese fielen besonders Verbesserungen des Spektrographen und seiner Justierung. Die Exzentrizität der Reflexionsfläche gegen die Spektrographenachse wurde öfters mit einem Mikroskop mit Okularmikrometer gemessen. Je nachdem, welches Element auf der Antikathode war und wie groß der

Schwenkbereich des Spektrographen sein mußte, lag die Belichtungszeit zwischen $\frac{1}{4}$ und 3 Stunden, um eine doppel-seitige Aufnahme lichtstark zu bekommen. Zur Ausmessung der Platten stand eine Teilmaschine des Institutes zur Verfügung. Der Faden des Einstellfernrohrs wurde aus Gründen, die später erörtert werden, auf die langwellige Kante des Schwärzungsmaximums jeder Linie eingestellt. Die Fehler der Mikrometerschraube der Teilmaschine, die anderweitig festgestellt wurden¹⁾, machten mehrere Messungen der einzelnen Linien nötig. So habe ich jede Linie achtmal gemessen und die so erhaltenen Abstände der Linienpaare gemittelt. Dadurch war es möglich, die Fehler, die durch die Krümmung der Linien und durch kleine Fehler in der 180°-Drehung bedingt sein können, auszuschalten. Es wurde versucht, die $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie absolut zu messen um zu sehen, mit welcher Genauigkeit solche Messungen mit der Schneidenmethode möglich sind. Zu diesem Zwecke wurde nach jeder Justierung des Spektrographen der Abstand Drehachse-Platte = D mehrere Male gemessen und die Werte gemittelt. Vom Abstand a der Linienpaare wurde die volle Exzentrizität abgezogen und der so erhaltene Wert (a') halbiert. Dann war nach früheren Überlegungen, die von W. Vogel ausführlich beschrieben worden sind, der Reflexionswinkel:

$$\text{tg} \cdot \varphi = \frac{a'}{D}.$$

Nach der Braggschen Beziehung konnte jetzt jede Wellenlänge berechnet werden. Die Gitterkonstante d des benutzten Kalkspates gilt für die Normaltemperatur 18°. Die Aufnahmen mußten aber oft infolge der hohen Außentemperatur (Sommer 1923) bei 20–28° C gemacht werden. Diese Schwankungen waren noch von so großem Einfluß auf die Resultate, daß eine Umrechnung des Reflexionswinkels auf 18° C erforderlich war. Den Gang der Umrechnung und die dazu nötige Tab. 2 findet man in einem der vorhergehenden Abschnitte. Als Mittelwert aus den Absolutmessungen von $\text{CuK}\alpha_1$ ergab sich 1537,32 X-E. Im Vergleich zu Siegbahns neuester Bestimmung von $\text{CuK}\alpha_1 = 1537,302$ X-E. ist das wohl als befriedigendes Ergebnis zu bezeichnen. Zu 1537,32 X-E. wurden alle anderen

1) Eva Bidder, Diss. Bonn 1924.

Wellenlängen relativ bestimmt. Bei vielen Platten war die $\text{CuK}\alpha_1$ mit aufgenommen, bei vielen aber nicht. Um aber auch Linien auf Platten ohne die $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie relativ zu $\text{CuK}\alpha_1 = 1537,32$ zu erhalten, wurden die bei den Absolutbestimmungen gemessenen Abstände Drehachse-Platte $= D$ gemittelt. Es ergab sich hierbei für D der Wert 150,220 mm. Es kam vor, daß von den Relativbestimmungen einer Linie die einen von Platten mit der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie, die anderen von solchen ohne die Normale herrühren. Beide Arten von Relativmessungen zeigten gute Übereinstimmungen innerhalb der Meßfehler. In Tab. 5 sind die Wellenlängen mit ihren Reflexionswinkeln nach Elementen zusammengestellt. Bei Durchsicht aller Messungen erkennt man, daß die verschiedenen Messungen einer scharfen Linie Unterschiede bis zu 0,10 X-E., was auf der Platte einer Strecke von 0,008 mm entspricht, und diejenigen von diffusen Linien solche bis zu 0,20 X-E. (auf der

Tabelle 5.

29. Kupfer.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
1	CuK α_1	1537,28	14° 41' 59,5''	1	CuK α_2	1541,18	14° 44' 16''
2		,31	14° 42' 0,9''	2		,19	17,6''
3		,34	2''	3		,20	18''
4		,30	0,6''	4		,18	16''
5		,32	2''	5		,16	15,2''
6		,34	2''	6		,20	18''
7		,37	2,9''	7		,23	18,5''
8		,32	1,5''	8		,20	18''
12		,35	2,2''	11		,21	19,7''
11		,38	3,4''	12		,23	18,6''
17		,34	2''	17		,18	17''
18		,34	2''	18		,18	17''
25		,21	14° 41' 57,2''	25		,08	12,3''
26		,31	14° 42' 1''	26		,21	18''
Mittel K α_1		1537,32	14° 42' 1,5''	Mittel K α_2		1541,19	14° 44' 17,5''
1	CuK β_1	1389,37	13° 15' 30''	8	CuK β_1	1389,41	13° 15' 31,9''
2		,38	30,3''	11		,51	35''
3		,37	30''	17		,39	30,5''
4		,45	33,7''	18		,39	30,5''
5		,38	30,4''	25		,38	30''
6		,45	33,7''	26		,34	28,7''
7		,56	36,5''	Mittel K β_1		1389,41	13° 15' 32''

Tabelle 5 (Fortsetzung).

26. Eisen.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0
9	FeK α_1	1932,39	18° 36' 3,9''	9	FeK α_2	1936,57	18° 38' 34,2''
10		,40	4,2''	10		,48	30,9''
Mittel K α_1		1932,40	18° 36' 4''	Mittel K α_2		1936,53	18° 38' 33''
9	FeK β_1	1752,88	16° 49' 7,5''				
10		,86	7,1''				
Mittel K β_1		1752,87	16° 49' 7,3''				

27. Kobalt.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0
19	CoK α_1	1785,32	17° 8' 22,5''	19	CoK α_2	1789,49	17° 10' 50,5''
20		,29	21''	20		,50	51,7''
Mittel K α_1		1785,30	17° 8' 22''	Mittel K α_2		1789,50	17° 10' 51,6''
19	CoK β_1	1617,16	15° 28' 57''				
20		,14	56''				
Mittel K β_1		1617,15	15° 28' 56''				

28. Nickel.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0
4	NiK α_1	1654,60	15° 51' 0,5''	4	NiK α_2	1658,51	15° 53' 19''
6		,63	1,8''	6		,47	17,7''
7		,60	0,8''	7		,49	18''
8		,65	2,6''	8		,53	19,8''
Mittel K α_1		1654,62	15° 51' 1,4''	Mittel K α_2		1658,50	15° 53' 18,6''
6	NiK β_1	1496,82	14° 18' 17''				
8		,82	16,7''				
Mittel K β_1		1496,82	14° 18' 16,9''				

Tabelle 5 (Fortsetzung).

30. Zink.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0
6	ZnK α_1	1432,13	13° 40' 27''	7	ZnK α_2	1435,91	13° 42' 39,6''
7		,02	23,3''	8		,92	39,9''
8		,00	22,6''	17		,87	38''
17		1431,99	21,7''	18		,90	39''
18		1432,02	23''	Mittel K α_2		1435,90	13° 42' 39''
25		1431,92	19,7''	17	ZnK β_1	1292,72	12° 19' 15,4''
26	,99	22,2''	18			,73	15,5''
Mittel K α_1		1432,00	13° 40' 22,5''	Mittel K β_1		1292,72	12° 19' 15,4''

46. Palladium.

1. Ordnung.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}^0
36	PdK α_1	584,24	5° 32' 3,2''	36	PdK α_2	588,48	5° 34' 28''
37		,24	3,3''	37		,46	27,4''
38		,21	2''	38		,47	28''
Mittel K α_1		584,23	5° 32' 3''	Mittel K α_2		588,47	5° 34' 28''
36	PdK β_1	519,68	4° 55' 16''				
37		,60	13,2''				
38		,56	11,9''				
Mittel K β_1		519,63	4° 55' 14''				

2. Ordnung.

36	PdK α_1	584,27	11° 7' 17''	36	PdK α_2	588,64	11° 12' 20,9''
37		,23	14,3''	37		,61	18''
38		,25	15,8''	38		,63	19,6''
Mittel K α_1		584,25	11° 7' 15,5''	Mittel K α_2		588,63	11° 12' 19,5''
36	PdK β_1	519,63	9° 52' 40,8''				
37		,62	39,6''				
Mittel K β_1		519,62	9° 52' 40''				

3. Ordnung.

37	PdK α_1	584,24	16° 49'	2,1''	37	PdK α_2	588,53	16° 56' 39,8''
38		,23		2''	38		,54	40''
Mittel K α_1		584,23	16° 49'	2''	Mittel K α_2		588,54	16° 56' 40''
37	PdK β_1	519,67	14° 54'	44,7''				

Tabelle 5 (Fortsetzung).

47. Silber.

1. Ordnung.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
13	AgK α_1	558,19	5° 17' 12,2''	13	AgK α_2	562,49	5° 19' 39,2''
14		,15	10,8''	14		,25	31,1''
15		,34	16,1''	15		,55	41,8''
27		,26	14,7''	27		,64	44,5''
28		,18	11,9''	28		,60	43''
Mittel K α_1		558,22	5° 17' 13''	Mittel K α_2		562,51	5° 19' 40''
13	AgK β_1	496,09	4° 41' 49,7''				

2. Ordnung.

27	AgK α_1	558,24	10° 37' 12,4''	27	AgK α_2	562,59	10° 42' 13,4''
28		,16	6,7''	28		,52	9''
Mittel K α_1		558,20	10° 37' 8,5''	Mittel K α_2		562,56	10° 42' 11''

3. Ordnung.

27	AgK α_1	558,17	16° 2' 45,6''	27	AgK α_2	562,56	16° 10' 32,3''
28		,20	48,6''	28		,53	29,5''
Mittel K α_1		558,18	16° 2' 46,5''	Mittel K α_2		562,55	16° 10' 30''

48. Cadmium.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
21	CdK α_1	533,97	5° 3' 24,1''	21	CdK α_2	538,29	5° 5' 51,7''
22		,96	24''	22		,29	51,8''
Mittel K α_1		533,96	5° 3' 24''	Mittel K α_2		538,29	5° 5' 51,8''
21	CdK β_1	474,17	4° 29' 20,9''				
22		,13	19,7''				
Mittel K β_1		474,15	4° 29' 20''				

Platte = 0,005 mm) aufweisen (z. B. PbL $\beta_{1,2}$). Um an Hand der in zweiter und dritter Ordnung gemessenen Linien über die Ungültigkeit der Braggschen Beziehung in höheren Ordnungen etwas aussagen zu können, wären noch mehr Aufnahmen in höheren Ordnungen nötig gewesen. Die Meßgenauigkeit gut einstellbarer Linien betrug 0,001—0,003 mm. Zur Erhöhung der Meßgenauigkeit ist vor allen Dingen die

Tabelle 5 (Fortsetzung).

50. Zinn.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0	
14	SnK α_1	489,48	4° 38' 4''	14	SnK α_2	493,78	4° 40' 31''	
15		,56	6,7''	15		,87	34''	
12		,56	6,8''	12		,88	34,1''	
11		,56	7''	11		,87	34,1''	
21		,53	5,5''	23		,88	34,4''	
22		,56	7''	27		,87	33,9''	
23		,57	6,9''	Mittel K α_2		493,86	4° 40' 33,5''	
27		,44	2,5''					
Mittel K α_1		489,53	4° 38' 7''	11	SnK β_1	434,91	4° 7' 0,6''	
				23		,94	1,5''	
				Mittel K β_1		434,92	4° 7' 1''	

76. Osmium.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0
24	OsL α_2	1398,68	13° 20' 55,7''	24	OsL β_2	1168,86	11° 7' 28,4''
24	OsL α_1	1388,61	13° 15' 3,8''	24	OsL γ_1	1022,98	9° 43' 18''
24	OsL β_1	1194,92	11° 22' 33,1''				

77. Iridium.

Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0	Platt.- Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{1s}^0
34	IrL α_2	1359,86	12° 58' 18,3''	24	IrL β_1	1155,23	10° 59' 35,5''
35		,85	17,9''	26		,24	35,9''
Mittel L α_2		1359,85	12° 58' 17,9''	34		,23	35,5''
				35		,30	38''
24	IrL α_1	1348,73	12° 51' 49,5''	Mittel L β_1		1155,25	10° 59' 36,3''
25		,67	47,4''	34	IrL β_2	1133,29	10° 46' 54,8''
26		,74	49,9''	35		,38	57''
34		,70	48,4''	Mittel L β_2		1133,34	10° 46' 55,9''
35		,73	49,5''	34	IrL γ_1	988,85	9° 23' 39,6''
Mittel L α_1		1348,71	12° 51' 48,8''	35		,82	38,5''
				Mittel L γ_1		988,84	9° 23' 39''

Tabelle 5 (Fortsetzung).

78. Platin.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
30	PtL α_2	1321,74	12° 36' 7,4''	30	PtL $\beta_{2,3}$	1099,94	10° 27' 39,5''
33		,65	4,2''	33		1100,07	43,4''
Mittel L α_2		1321,70	12° 36' 5,8''	Mittel L $\beta_{2,3}$		1100,01	10° 27' 41,4''
29	PtL α_1	1310,52	12° 29' 36''	30	PtL γ_1	956,03	9° 4' 47,5''
30		,40	31,8''	33		,10	49,9''
33		,44	32,2''	Mittel L γ_1		956,07	9° 4' 48,6''
Mittel L α_1		1310,48	12° 29' 33,3''				
30	PtL β_1	1117,49	10° 37' 47,3''				
33		,41	44,6''				
Mittel L β_1		1117,45	10° 37' 45,9''				

79. Gold.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
11	AuL α_2	1285,30	12° 14' 56,9''	11	AuL β_1	1081,37	10° 16' 56,7''
12		,32	57,6''	12		,40	57,8''
Mittel L α_2		1285,31	12° 14' 57,3''	16		,43	58,8''
11	AuL α_1	1274,08	12° 8' 26,1''	Mittel L β_1		1081,40	10° 16' 57,8''
12		,00	23,3''	11	AuL β_2	1068,15	10° 9' 19,4''
16		,10	26,8''	12		,12	18,8''
Mittel L α_1		1274,06	12° 8' 25,4''	16		,30	24,5''
				Mittel L β_2		1068,19	10° 9' 20,5''
				11	AuL γ_1	924,99	8° 46' 57,6''

Verminderung der Linienbreite von Bedeutung. So habe ich bei einer Spaltbreite von 0,010 mm eine Breite der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie von 0,025 mm gemessen. Der Abstand der $\text{CuK}\alpha$ -Doublettlinien beträgt 0,105 mm. Dies entspricht einer Wellenlängendifferenz von etwa 4 X-E. Darnach ist die Linienbreite von $\text{CuK}\alpha_1$ etwa 1 X-E. Sie konnte auf 0,001 mm genau gemessen werden. Also findet man die Lage der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie auf 0,04 X-E. genau. Bei der Schneidenmethode ist noch eine Verbreiterung der Linien nach kurzen Wellenlängen zu berücksichtigen. Sie ist bedingt durch das Eindringen der Strahlen in den Kristall und zum kleineren Teil durch

Tabelle 5 (Fortsetzung).

82. Blei.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
11	PbL α_2	1184,24	11° 16' 22,2''	35	PbL α_1	1172,68	11° 9' 40,8''
12		,31	24,7''				
Mittel L α_2		1184,28	11° 16' 23,4''	Mittel L α_1		1172,70	11° 9' 41,7''
3	PbL α_1	1172,78	11° 9' 44,4''	4	PbL $\beta_{1,2}$	980,70	9° 18' 54,2''
4		,69	41,2''	6		,73	59,5''
5		,71	42''	7		,66	57,0''
6		,74	43''	8		,57	53,8''
7		,70	41,7''	11		,59	54,4''
8		,72	42,6''	12		,68	57,5''
11		,75	43,5''	24		,50	51,5''
12		,71	42''	27		,63	56''
24		,64	39,4''	31		,51	51,7''
27		,73	42,6''	32		,59	54,5''
31		,65	39,6''	34		,43	48,9''
32		,68	40,9''	35		,58	54,2''
34	,65	39,7''	Mittel L $\beta_{1,2}$		980,60	9° 18' 54,7''	
			6	PbL γ_1	837,75	7° 56' 55,1''	
			12		,79	56,3''	
			11		,81	56,9''	
			Mittel L γ_1		837,78	7° 56' 56,1''	

83. Wismut.

Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°	Platt.-Nr.	Linie	λ in X-E.	φ_{18}°
31 32	BiL α_2	1153,62 ,65	10° 58' 39,7'' 40,6''	31 32	BiL β_2	953,54 ,61	9° 3' 21,6'' 24''
Mittel L α_2		1153,64	10° 58' 40,1''	Mittel L β_2		953,58	9° 3' 22,8''
31 32	BiL α_1	1141,65 ,59	10° 51' 44,6'' 42,5''	31 32	BiL β_1	949,62 ,63	9° 1' 6,5'' 6,8''
Mittel L α_1		1141,62	10° 51' 43,6''	Mittel L β_1		949,63	9° 1' 6,8''
				31 32	BiL γ_1	811,46 ,34	7° 41' 51,8'' 47,6''
				Mittel L γ_1		811,40	7° 41' 49,7''

das Durchdringen der Schneide. Letztere Verbreiterung kann bei einigermaßen engem Spalt und einer Schneide, deren geschliffene Schneidenflächen einen Winkel von etwa 90° einschließen, ganz aufgehoben werden. Ist diese Art der Ver-

breiterung bei weitem Spalt noch da, dann liegt sie unterhalb der Meßgenauigkeit und kann vernachlässigt werden. Die Verbreiterung, die auf dem Eindringen der Strahlen in den Kristall beruht, nimmt mit abnehmender Wellenlänge zu und ist in der Dissertation von A. Weber eingehend behandelt worden. Bei den eigenen Resultaten zeigten die Linien $PbL\beta_{1,2}$ und $PtL\beta_{2,3}$ eine größere Verbreiterung als ihrer Härte zukommt. Nur bei $CuK\alpha_1$ erhielt ich bei sehr engem Spalt die theoretisch zu erwartende Breite, die ein wenig mehr als die doppelte Spaltbreite betrug. Die langwellige Kante der Linien ist immer sehr scharf abgebildet.

Um dies deutlich feststellen zu können, habe ich einige Linien vergrößert. Aus der beigefügten Vergrößerung erkennt man deutlich einmal die große Schärfe der K-Linien (Fig. 3, Taf. II) und andererseits aus Fig. 4 (Taf. II), wie die Verbreiterung der Linien nach kurzen Wellenlängen zunimmt. Aus diesen Gründen mußten sämtliche Linien auf die langwellige Kante des Schwärzungsmaximums eingestellt werden, um die richtige Linienlage messen zu können.

5. *Vergleich mit früheren Beobachtungen, Fehlerquellen und Folgerungen.* Um die eigenen relativen Messungen richtig bewerten zu können, ist ein Vergleich mit denjenigen anderer Autoren notwendig. Damit mehr Einheit in die Bezugslinien kommt, habe ich mich, wie früher schon erwähnt, mit A. Weber dahin geeinigt, allen von uns im hiesigen Institut gemachten Messungen den Wert der $CuK\alpha_1$ -Linie $\lambda = 1537,30$ X-E. zugrunde zu legen. Auf diesen Wert sind in der Tab. 6 die Wellenlängen von Weber und mir nach Tab. 4 umgerechnet. Weiter sind die neuesten Werte aus dem Lunder Institut dabei. Den Niveauwerten, die nach eigenen Messungen bestimmt sind, liegt der Paschensche Wert der Rydberg-Ritzschen Konstanten $R = 109734 \text{ cm}^{-1}$ ($\log 5,0403531$) zugrunde. In den beiden letzten Spalten sind noch die Differenzen zwischen meinen Werten und den von M. Siegbahn einerseits ($\Delta_s \lambda$) und den von A. Weber andererseits ($\Delta_w \lambda$) hinzugefügt. Während die Differenzen zwischen den eigenen und den Weberschen Messungen oft innerhalb der Meßfehler liegen, ist dies bei der L-Serie im Vergleich zu den Costerschen Messungen nicht der Fall. Hier herrscht eine mittlere Differenz von 0,48 X-E. Es scheint sich also zu bewahrheiten, was

Tabelle 6.

Ordn.- Zahl des Elem.	Linie	Wellenlängen			Niveauewerte		$\Delta_S \lambda$	$\Delta_W \lambda$	
		Lang	Siegbahn	Weber	ν/R	$\sqrt{\nu/R}$			
26	FeK α_1	1932,38	SD 1932,30	1932,28	471,58	21,716	+ 0,08	+ 0,10	
		1936,51	SD 1936,51	1936,20	470,57	21,693	0,0	+ 0,31	
		β_1 1752,85	SD 1752,72	1753,21	519,88	22,801	+ 0,13	+ 0,36	
27	CoK α_1	1785,28	SD 1785,28	—	510,44	22,593	0,0	—	
		α_2 1789,48	SD 1789,56	—	509,24	22,566	— 0,08	—	
		β_1 1617,13	SD 1617,13	—	563,51	23,738	0,0	—	
28	NiK α_1	1654,60	SD 1654,61	—	550,75	23,467	— 0,01	—	
		α_2 1658,48	SD 1658,54	—	549,46	23,441	— 0,06	—	
		β_1 1496,80	SD 1497,03	—	608,81	24,674	— 0,23	—	
29	CuK α_1	1537,30	SD 1537,302	1537,30	592,75	24,347	—	—	
		α_2 1541,17	SD 1541,16	1541,18	591,27	24,316	+ 0,01	— 0,01	
		β_1 1389,39	SD 1389,33	1389,33	655,88	25,610	+ 0,06	+ 0,06	
30	ZnK α_1	1431,98	SD 1432,06	1432,03	636,37	25,226	— 0,08	— 0,05	
		α_2 1435,88	SD 1435,87	1435,96	634,64	25,192	+ 0,01	— 0,08	
		β_1 1292,70	SD 1292,71	1292,65	704,94	26,551	— 0,01	+ 0,05	
46	PdK α_1	584,21	L 584,21	—	1559,82	39,495	0,0	—	1. Ord-
		α_2 588,45	L 588,60	—	1548,59	39,352	— 0,15	—	nung
		β_1 519,61	L 519,48	—	1753,76	41,878	+ 0,13	—	
	PdK α_1	584,23	—	—	1559,79	39,494	—	—	2. Ord-
		α_2 588,61	—	—	1548,18	39,348	—	—	nung
		β_1 519,60	—	—	1753,78	41,878	—	—	
	PdK α_1	584,21	—	—	1559,82	39,495	—	—	3. Ord-
		α_2 588,52	—	—	1548,41	39,350	—	—	nung
		β_1 519,65	—	—	1753,62	41,876	—	—	
47	AgK α_1	558,20	L 558,16	558,02	1632,53	40,405	+ 0,04	+ 0,18	1. Ord-
		α_2 562,49	L 562,59	562,31	1620,07	40,250	— 0,10	+ 0,18	nung
		β_1 496,07	L 495,85	—	1836,98	42,860	+ 0,21	—	
	AgK α_1	558,18	—	558,18	1632,57	40,405	—	0,0	2. Ord-
		α_2 562,54	—	562,27	1619,92	40,248	—	+ 0,27	nung
	AgK α_1	558,16	—	—	1632,63	40,406	—	—	3. Ord-
48	CdK α_1	562,53	—	—	1619,94	40,248	—	—	nung
		α_2 533,94	L 533,89	—	1706,69	41,312	+ 0,05	—	
	β_1	538,27	L 538,32	—	1692,96	41,146	+ 0,05	—	
		474,13	L 474,09	—	1921,97	43,840	+ 0,04	—	
50	SnK α_1	489,51	L 489,41	489,68	1861,60	43,146	+ 0,10	— 0,17	
		α_2 493,84	L 493,88	493,83	1845,27	42,957	+ 0,04	+ 0,01	
		β_1 434,90	L 434,25	434,63	2095,35	45,775	+ 0,65	+ 0,27	
76	OsL α_2	1398,66	C 1398,20	—	651,53	25,525	+ 0,46	—	
		α_1 1388,59	C 1388,16	—	656,26	25,617	+ 0,44	—	
		β_1 1194,90	C 1194,59	—	762,63	27,616	+ 0,31	—	
		β_2 1168,84	C 1168,38	—	779,64	27,922	+ 0,46	—	
		γ_1 1022,96	C 1022,47	—	890,82	29,847	+ 0,49	—	
77	JrL α_2	1359,83	C 1359,39	—	670,14	25,887	+ 0,44	—	
		α_1 1348,69	C 1348,34	—	675,67	25,994	+ 0,35	—	
		β_1 1155,23	C 1154,95	—	788,82	28,086	+ 0,28	—	
		β_2 1133,32	C 1132,87	—	804,07	28,356	+ 0,45	—	
		γ_1 988,82	C 988,41	—	921,57	30,357	+ 0,41	—	

SD = Siegbahn-Dolejssek; L = Leide; C = Coster.

Tabelle 6 (Fortsetzung).

Ordn.- Zahl des Elem.	Linie	Wellenlängen			Niveauewerte		$\Delta_S \lambda$	$\Delta_W \lambda$
		Lang	Siegbahn	Weber	ν/R	$\sqrt{\nu/R}$		
78	PtL α_2	1321,68	C 1321,21	1321,50	689,48	26,258	+ 0,47	+ 0,18
	α_1	1310,46	C 1310,08	1310,30	695,38	26,370	+ 0,38	+ 0,16
	β_1	1117,43	C 1117,22	1117,42	815,50	28,557	+ 0,21	+ 0,01
	$\beta_{2,3}$	1099,99	C 1099,50	1099,98	828,43	28,783	+ 0,49	+ 0,01
	γ_1	956,05	C 955,45	956,05	953,16	30,873	+ 0,60	0,0
79	AuL α_2	1285,29	C 1284,89	—	709,00	26,627	+ 0,60	—
	α_1	1274,04	C 1273,55	—	715,26	26,744	+ 0,49	—
	β_1	1081,38	C 1080,93	—	842,69	29,029	+ 0,45	—
	β_2	1068,17	C 1067,75	—	853,11	29,208	+ 0,42	—
	γ_1	924,97	C 924,37	—	985,19	31,388	+ 0,60	—
82	PbL α_2	1184,26	C 1183,52	1184,12	769,48	27,740	+ 0,74	+ 0,14
	α_1	1172,68	C 1172,02	1172,51	777,08	27,876	+ 0,66	+ 0,17
	$\beta_{1,2}$	980,58	C 979,30	980,72	929,37	30,485	+ 0,68	- 0,14
	γ_1	837,76	C 837,08	837,76	1087,74	32,981	+ 0,68	0,0
	α_2	1153,62	C 1153,30	—	789,92	28,106	+ 0,32	—
83	BiL α_1	1141,60	C 1141,15	—	798,24	28,253	+ 0,45	—
	β_1	953,56	C 952,93	—	955,65	30,914	+ 0,63	—
	β_2	949,61	C 949,30	—	959,63	30,978	+ 0,31	—
	γ_1	811,38	C 810,65	—	1123,14	33,513	+ 0,73	—

schon A. Weber an Hand seiner Untersuchungen in bezug auf die Braggsche Methode ausgeführt hat. Auch A. Sommerfeld erwähnt in der letzten Auflage seines Buches „Atombau und Spektrallinien“ die Nachteile der Braggschen Methode. Es müssen also die Strahlen dort eine größere Eindringungstiefe in den benutzten Kristall haben, als bisher angenommen wurde. Auf diese Weise kommt eine Linienverlagerung zustande. Es ist nicht zu verkennen, daß die von Siegbahn benutzte Spektrographenanordnung viele sehr große Vorzüge gegenüber der Schneidenmethode besitzt. Was aber die Liniendefinition anbelangt, so steht erstere der letzteren weit nach. Eine Einstellung der Linien auf die langwellige Kante ist wegen der Verschleierung der Linienverbreiterung dort nicht möglich. Es kann Siegbahn deshalb immer nur auf die Mitte einstellen. Die vermutete Verschleierung steht auch mit den von A. Weber erhaltenen Schwärzungskurven im Einklang. Siegbahn stellte bei seinen letzten Messungen fest, daß es ihm möglich war, die Lage der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie bei einer Spaltbreite von 0,025 mm, einem Abstand der Dublettlinien von 0,25 und einer Meßgenauigkeit von 0,001 mm auf 0,016 X-E.

genau zu bestimmen. Er hält es nicht für ausgeschlossen, mit noch besseren Kristallen als Kalkspat eine etwas höhere Genauigkeit zu erzielen. Nach den neuesten röntgenspektroskopischen Messungen kann bei absoluten Messungen die erreichte Genauigkeit wohl schwerlich noch weit überschritten werden. Es scheint vielmehr, wie einst bei der älteren Spektroskopie des langwelligen Gebietes, der Fall zu sein, daß mit relativen Messungen nach den verschiedenen Methoden augenblicklich weiter zu kommen ist. Außer der Normalen erster Ordnung müßten dann noch eine größere Anzahl Normalen zweiter Ordnung geschaffen werden. Nach den eigenen Messungen eignen sich schon dazu die $\text{ZnK}\alpha_1$, $\text{AgK}\alpha_1$ - und die $\text{PtL}\alpha_1$ -Linien. Ist einmal ein solches System da, dann fällt die Benutzung des Reflexionswinkels und der Gitterkonstante bei der Auswertung der Wellenlängen weg.

6. Zusammenfassung. Es werden eingehend die Vorbedingungen zur Einführung eines Normalensystems in der Röntgenspektroskopie geschildert. Gleichzeitig wird es ermöglicht, an Hand einer Tabelle relative Messungen, die auf eine andere Normale bezogen sind, auf die hier benutzte Normale $\text{CuK}\alpha_1 = 1537,30$ X-E. umzurechnen. So können sämtliche Relativmessungen miteinander vergleichbar gemacht werden. Es wird auf die Notwendigkeit eines Systems von Normalen zweiter Ordnung hingewiesen. Dann folgen die eigenen mit der Seemannschen Methode erhaltenen Resultate, die zuletzt noch mit den wichtigsten Bestimmungen anderer Autoren verglichen werden. Die Untersuchungen lassen den Schluß zu, daß man augenblicklich auf diesem Gebiete mit relativen Messungen weiter kommt als mit absoluten.

Bonn, Physik. Institut der Universität, im Juli 1924.

(Eingegangen 31. Juli 1924.)

4. Der Dopplereffekt an Kanalstrahlen des Wasserstoffs. Nachtrag; von Hermann Krefft.

Im Nachtrag zum Auszug aus der Münchner Dissertation des Verfassers¹⁾ seien hier ergänzende Angaben über den Dopplereffekt von H_β gemacht.

1. Der Dopplereffekt im Pinsel.

Die Versuchsbedingungen sind § 8 der erwähnten Arbeit zu entnehmen. Im Kanalrohr befindet sich reiner Wasserstoff, der Pinsel wird im Winkel von 45° anvisiert. Das Rohr hat eine lichte Weite von 38 mm. Die bis zum Ort der Aufnahme von einem positiv geladenen Teilchen im Kathodenfall durchlaufene Potentialdifferenz V_x wurde aus dem Lo Surdo-Effekt berechnet. Dieser liefert das elektrische Feld im Kathodenfall; durch Integration erhält man die Potentialdifferenz V_a zwischen Kathode und einem Punkt im Pinsel in der Entfernung a von der Kathode. Die durchlaufende Potentialdifferenz V_x ergibt sich als Differenz zwischen dem Kathodenfall V_k und V_a . Hierbei wurde mit Rücksicht auf die größten Geschwindigkeiten, die elektromagnetisch in der Atomparabel des Wasserstoffs gemessen wurden, V_k zu 80 Proz. der Entladungsspannung V angenommen. In Tab. 1 bedeutet außerdem:

J die Stromstärke in Milliampere,

p_E den Druck im Entladungsraum in 10^{-3} mm,

v_{\max} die größte Geschwindigkeit im

Dopplereffekt

v_1 die Geschwindigkeit des langsamen

Maximums

v_2 die Geschwindigkeit des schnellen

Maximums

V_{\max} die der Geschwindigkeit v_{\max} entsprechende beschleunigte Spannung,

a den Abstand des Ortes der Aufnahme von der Kathode.

1) H. Krefft, Ann. d. Phys. 75. S. 75. 1924.

Tabelle 1.
Dopplereffekt von H_β im Pinsel.

Nr.	Strom- art	V	J	p_E	a mm	v_1	v_2	v_{\max}	V_{\max}	V_z	V_{\max}/V_z
85 a	Induktor	47000	1,5	36	0	0,48	0,95	1,74	15700	37600	0,42
85 b		47000	1,5	36	6,5	0,48	—	1,43	10600	26800	0,40
85 c		47000	1,5	36	16,4	0,48	—	1,21	7600	14400	0,53
22 b		47000	1,5	36	—	0,66	—	1,75	15900	37600	0,42
80 a	Einflussmaschine	33000	1,5	33	0	0,48	0,95	1,71	15200	26400	0,58
82 b		33000	1,5	33	23	0,32	—	0,63	2060	—	—
82 f		33000	1,5	33	39	—	—	0,41	880	—	—
41 c		33000	1,5	33,5	—	0,60	—	1,72	15400	26400	0,58
82 d		16000	1,5	41	0	0,42	—	0,98	5000	12800	0,39
82 c		16000	1,5	41	23	0,24	—	0,60	1860	—	—
82 e		16000	1,5	41	39	—	—	0,31	500	—	—

Das Kanalrohr wurde teils mit Gleichstrom, teils mit Wechselstrom betrieben. Bei den Aufnahmen mit Gleichstrom läßt sich die durchlaufene Potentialdifferenz nicht angeben, da der Abstand a von der Kathode zu groß ist. Die Dopplereffekte Nr. 22 b und 41 c sind hinter der Kathode aufgenommen.

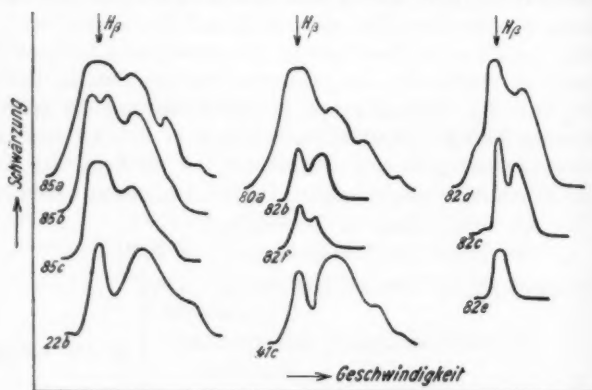


Fig. 1.

Die Hartmannschen Photometerkurven dieser Aufnahmen sind in Fig. 1 zusammengestellt. Die ruhende Intensität ist durch das elektrische Feld verbreitert; an der Kathode besitzt der Dopplereffekt von H_β bereits die bekannten zwei Maxima.

Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist immer vorhanden. Wie das Verhältnis V_{\max}/V_a in Tab. 1 zeigt, entspricht an jedem Orte vor der Kathode die Maximalgeschwindigkeit der durchlaufenen Spannung in derselben Weise wie hinter der Kathode.

Jedoch ist die Intensitätsverteilung des Dopplereffekts unmittelbar vor der Kathode nicht dieselbe wie in größerer Entfernung hinter ihr, wie aus dem Vergleich der Photometerkurven 85a mit 22b und 80a mit 41c ersichtlich ist. Vor der Kathode sind die größeren Geschwindigkeiten verhältnismäßig schwächer, daher sind hier die Geschwindigkeiten der beiden Schwärzungsmaxima kleiner als hinter der Kathode. Wahrscheinlich befindet sich der Kanalstrahl an der Kathode noch nicht im Gleichgewicht.

Tabelle 2.
Lo Surdo-Effekt.

Influenzmaschine H_7 $V = 33000$ Volt		Induktor H_8 $V = 47000$ Volt	
a mm	\mathcal{E} in Volt/cm	a mm	\mathcal{E} in Volt/cm
0	—	0	—
1	13600	1,15	16900
2	14100	1,93	17300
3	14100	3,85	17300
4	13600	5,77	16100
5	13600	7,69	15000
7	12600	9,62	13900
9	10850	11,54	11300
11	9100	13,45	9700
13	7600		
15	6600		
17	6000		
19	4000		

Die Ausmessung des Lo Surdo-Effekts an H_7 und H_8 ergab die in Tab. 2 angegebenen Feldstärken. Fig. 2 gibt nach den Werten dieser Tabelle den Verlauf des elektrischen Feldes vor der Kathode wieder; die Abzissenachse fällt mit der Kathodenoberfläche zusammen.

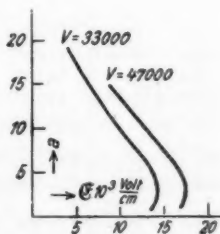


Fig. 2.

Die Komponenten der elektrischen Aufspaltung sind bei Betrieb mit Induktor ebenso scharf wie bei Betrieb mit Influenzmaschine. Auch im ersteren Falle besteht also im Kathodenfall ein stationäres elektrisches Feld.

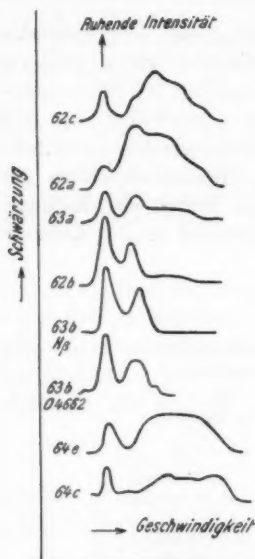


Fig. 3.

2. Zusatz von Sauerstoff und Stickstoff zum Wasserstoff im Entladungsraum.

Die Versuchsbedingungen dieser Aufnahmen sind Tab. 3, alles weitere der oben genannten Arbeit¹⁾ zu entnehmen. Die kleinste Geschwindigkeit im Dopplereffekt ist mit v_{\min} bezeichnet, p_B ist der Druck im Beobachtungsraum in 10^{-3} mm. In Fig. 3 sind die mit dem Hartmannschen Photometer an H_β ausgemessenen Schwärzungskurven zusammengestellt.

Bereits in Aufnahme 62a macht sich infolge ungenügender Trennung eine Abwanderung der Geschwindigkeiten des Dopplereffekts nach kleineren Werten bemerkbar. Je größer der Sauerstoff-

Tabelle 3.

Zusatz von Sauerstoff und Stickstoff im Entladungsraum.

Nr.	Gas	V in Volt	Mischungs- verhältnis H:O od. H:N	p_B $\cdot 10^{-3}$ mm	v_{\min} $\cdot 10^8$ cm sec	v_1 $\cdot 10^8$ cm sec	v_{\max} $\cdot 10^8$ cm sec
62a	H in O	15000	7,5 : 1	50	0,07	0,34	1,19
62c	H in H	13000	—	6	0,21	0,54	1,14
63a	H + O	14000	3 : 1	3	0,15	0,32	1,00
62b	in	14000	11 : 10	6	0,12	0,26	0,93
63b	H + O	14500	1 : 2,6	1,5	0,12	0,33	0,51
64d	H in N	14500	13 : 1	24	0,14	0,48	1,19
64b	H in H	14000	—	5	0,19	0,53	1,10
64c	H + N	15000	11 : 13	4	0,22	—	1,25
64c	in H + N	18000	1 : 5	3	—	—	1,27

1) H. Krefft, Ann. d. Phys. 75. S. 75. § 7. 1924.

zusatz wird, um so kleiner wird der Geschwindigkeitsbereich, auf welchen sich der Dopplereffekt beschränkt. Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist immer vorhanden. Auf Aufnahme 63b hat die Sauerstoff-Funkenlinie 4662, bei der ein zweites schnelles Maximum angedeutet ist, einen ebenso großen Dopplereffekt wie H_β . Die ausgemessenen Geschwindigkeiten sind Tab. 4 zu entnehmen.

Tabelle 4.

p_{EO} = Sauerstoff-Partialdruck.

p_{EH} = Wasserstoff-Partialdruck.

Nr.	Linie	V	J	p_{EO}	p_{EH}	p_B	v_{\min}	v_1	v_2	v_{\max}
63b	H_β	14500	1,3	10,5	4	1,5	0,12	0,38	—	0,51
	4662	14500	1,3	10,5	4	1,5	—	0,277	0,43	0,49

Diese Übereinstimmung legt die Vermutung nahe, daß Wasserstoff und Sauerstoff als gemeinsames Komplex im Kathodenfall beschleunigt wurden, um hinter der Kathode zu zerfallen. Bei Annahme eines Komplexes H_2O würden sich aus dem Maximaleffekt der Sauerstofflinie beschleunigende Spannungen ergeben, die für eine und zwei Ladungen in Tab. 5 angegeben

Tabelle 5.

Aufnahme 63b, Linie 4662.

V	Aus dem Maximaleffekt berechnete Spannungen bei Annahme von:	
	$\frac{e}{m} = \frac{9650}{18}$	$\frac{e}{m} = 2 \cdot \frac{9650}{18}$
14500	22500	11250

sind. Die Annahme eines zweifach geladenen H_2O -Moleküls wäre notwendig. Solche großen Geschwindigkeiten an den Funkenlinien des Sauerstoffs und Stickstoffs wurden am reinen Gas von Wilsar¹⁾ und Saxén²⁾ beobachtet. Die Werte der

1) H. Wilsar, Ann. d. Phys. 39. S. 1251. 1912.

2) B. Saxén, Ann. d. Phys. 38. S. 398. 1912.

Tab. 6, die der Arbeit von Wilsar entnommen sind, stimmen annähernd überein mit den Werten von Tab. 5.

Tabelle 6.

Nach H. Wilsar, Linie 4591.

V	Aus dem Maximizeffekt berechnete Spannungen bei Annahme von:	
	$\frac{e}{m} = \frac{9650}{16}$	$\frac{e}{m} = 2 \cdot \frac{9650}{16}$
13000	17420	8710
15000	26400	13200

Bei Zusatz von Stickstoff bleibt der ganze Geschwindigkeitsbereich des Dopplereffekts und das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität wie bei reinem Wasserstoff erhalten. Eine abweichende Beobachtung macht Strasser.¹⁾

Diese Ergebnisse und Beobachtungen des Dopplereffekts von H_{β} bei denen sich hinter der Kathode Sauerstoff oder Stickstoff befindet²⁾, ohne daß der Wasserstoff im Entladungsraum wesentlich verunreinigt wird, weisen darauf hin, daß der Einfluß fremder Beimengungen hauptsächlich im Entladungsraum wirksam ist.

3. Einfluß der Stromstärke.

Aufnahmen des Dopplereffekts von H_{β} bei 2150 und 1450 Volt in einem Bereich von 20—85 Milliampere ergeben die aus Fig. 4 ersichtliche Abhängigkeit der Dopplergeschwindigkeiten von der Stromstärke. Bei beiden Spannungen nimmt die Maximalgeschwindigkeit v_{\max} mit wachsender Stromstärke ab. Die Geschwindigkeit des Schwärzungsmaximums v_1 nimmt bei 2150 Volt in derselben Weise ab, bei 1450 Volt nimmt sie aber etwas zu. Letzteres Verhalten wird wahrscheinlich durch Überlagerung eines zweiten Vorganges bewirkt, der von Paschen³⁾ beobachtet wurde. Nach Paschen wird mit

1) B. Strasser, Ann. d. Phys. 31. S. 890. 1910.

2) H. Krefft, Ann. d. Phys. 75. S. 75. § 3. 1924.

3) F. Paschen, Ann. d. Phys. 23. S. 252. 1907.

wachsendem Gasdruck, das heißt wachsender Stromstärke, der von ihm beobachtete schnelle Streifen im Dopplereffekt relativ zum langsamen intensiver. Da bei den vorliegenden Aufnahmen diese beiden Streifen nicht voneinander getrennt sind,

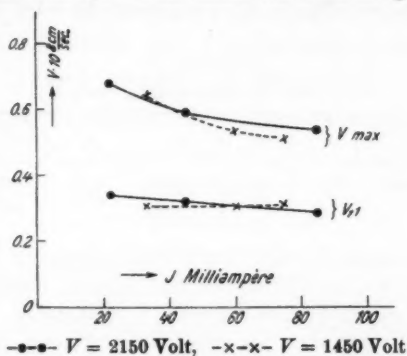


Fig. 4.

findet infolge Verlagerung des gemeinsamen Maximums das beobachtete Anwachsen der Geschwindigkeit v_1 statt, obwohl an und für sich die Geschwindigkeiten eines Streifens mit wachsender Stromstärke kleiner werden. Dieser Einfluß, der in dem Intensitätsverhältnis beider Streifen begründet liegt, macht sich aber nur bei 1450 Volt geltend, da bei der höheren Spannung der schnelle Streifen zu schwach ist, um sich bemerkbar machen zu können.

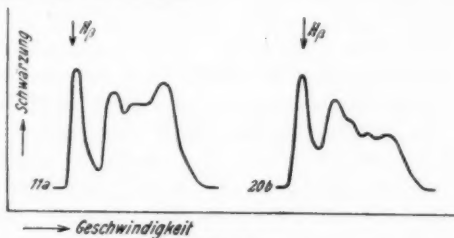


Fig. 5.

Wird in Reihe mit dem Entladungsrohr in den Stromkreis eine Funkenstrecke eingeschaltet, so erfährt der Dopplereffekt von H_β die aus Fig. 5 ersichtliche Veränderung. Auf-

nahme 20b ist mit Induktor ohne Funkenstrecke, 11a unter gleichen Bedingungen, insbesondere bei gleichem Druck im Entladungsraum, aber mit Funkenstrecke aufgenommen. In Tab. 7 sind Versuchsbedingungen und ausgemessene Geschwindigkeiten angegeben. Durch die Funkenstrecke wird das schnelle,

Tabelle 7.

Wasserstoff in Wasserstoff; Linie H_{β}

Nr.	V	J	p_E	p_B	v_1	v_2	v_{\max}
20b	69000	1,1	29	13,5	0,71	1,86	2,57
11a	—	0,5	29	13,5	0,84	1,86	2,54

von beschleunigten Atomen herrührende Maximum im Dopplereffekt bedeutend verstärkt; es sind also in diesem Falle im Verhältnis zu Molekülen mehr beschleunigte Atome im Kathodenfall vorhanden als ohne Funkenstrecke. Diese schafft im Entladungsraum ähnliche Bedingungen, wie sie durch eine Steigerung der Stromstärke hervorgerufen werden; dementsprechend beobachtet Paschen bei niedrigen Spannungen ein Intensiverwerden des schnellen Streifens bei wachsender Stromstärke.

München, Physikal. Institut der Universität.

(Eingegangen 8. August 1924.)

5. Die Theorie des Thermomikrophons; von Arthur v. Hippel.

(Auszug aus der Göttinger Inaugural-Dissertation.)

A. Einleitung.

1. Die Problemstellung.

Fortschreitende Entwicklung verschärft die Maßstäbe. Bis vor kurzem genügten die altüberkommenen Formen des Telephons und Mikrophons trotz ihrer selektiven Wirkungsweise den Anforderungen, die man an eine Umsetzung: Elektrische Energie \longleftrightarrow Akustische Energie zu stellen pflegte. Im letzten Jahrzehnt jedoch beginnt die rein technische Frage nach dem Wirkungsgrad die Gestalt der Apparate zu ändern, die von Wissenschaft und Technik gemeinsam erhobene Forderung nach klangreiner Schallübertragung das Prinzip der bisherigen mechanischen Übertrager überhaupt zu verneinen und zum Suchen auf neuen Wegen zu zwingen. Es gilt, einen eigenschwingungsfreien und in weiten Grenzen trägheitslosen Vermittler zwischen akustischer und elektrischer Energie zu finden, der die Möglichkeit objektiver Schallanalyse im Laboratorium mit allen ihren Konsequenzen physikalischer und meßtechnischer Natur erschließt und der Technik (Telephonie mit und ohne Draht im internationalen Verkehr, sprechender Film usw.) eine bedeutende räumliche und zeitliche Erweiterung ihres Wirkbereiches gestattet.

Zu diesem Problem will die vorliegende Arbeit einen Beitrag liefern, doch hat sie die Fragestellung, wie schon der Titel anzeigt, verengt. Sie betrachtet nur die einseitige Umsetzung akustischer in elektrische Wellen nach Amplitude, Phase und Frequenz unter Benutzung der Wärme als Vermittler, schaltet also das Telephonproblem sowie Übertragermöglichkeiten anderer Natur (Druck, Dielektrikumsänderung usw.) aus.

Die Arbeit bildet die theoretische Ergänzung zu einer im Institut für angewandte Elektrizität, Göttingen, auf Anregung von Herrn Prof. Dr. M. Reich unternommenen Untersuchung über die Arbeitsweise des Termophons als Schallempfänger, über deren experimentelle Ergebnisse in einer späteren Arbeit berichtet werden wird.

2. Vorliegende Literatur.

Die eben umschriebene Aufgabe hat, soweit mir bekannt ist, noch keinen Bearbeiter gefunden. Inwieweit das ziemlich gelöste umgekehrte Problem des Thermotelephons¹⁾²⁾ Anregung geben und Wege weisen konnte, wird weiter unten ausführlicher zu erwähnen sein. Ansätze in Richtung dieser Arbeit finden sich bei Heindlhofer³⁾: „Eine absolute Messung der Schallintensität und die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit der Gase“, und in zwei englischen Aufsätzen jüngsten Datums von Tucker und Paris⁴⁾⁵⁾: „A selectiv Hot-Wire Mikrophone“ und „On doubly resonated Hot Wire Mikrophone“.

Die Heindlhoferschen Untersuchungen beschäftigen sich, wie der Titel schon sagt, mit der hier zu behandelnden Energieumsetzung aus ganz anderen Gründen als diese Arbeit, liefern theoretisch nicht mehr als eine Umkehrung des Thermotelephonprinzips und experimentell keinerlei brauchbare Resultate.

Wesentlicher sind die englischen Veröffentlichungen, die mir erst kurz vor Beendigung des theoretischen Teiles dieser Arbeit bekannt wurden, so daß meine Anschauung auch dort behandelter Dinge meist selbständig schon gewonnen war. Es handelt sich in ihnen nicht um ein Mikrophon im landläufigen Sinne, sondern um einen Kriegsapparat für Schallmeßstellen, der nur auf einen bestimmten Ton, z. B. Schraubengeräusch von U-Booten, mittels Resonatorwirkung verstärkend anspricht. Für Sprechmikrophonzwecke ist die Anordnung, wie auch die Erfinder ausdrücklich hervorheben, völlig un-

1) Arnold und Crandell, Phys. Rev. 10. S. 22. 1917.

2) E. E. Wente, Phys. Rev. 13. S. 333. 1922.

3) J. Heindlhofer, Ann. d. Phys. 37. S. 247. 1912; 45. S. 259. 1914.

4) Tucker und Paris, Phil. Trans. 221. S. 386. 1921.

5) Paris, Proceedings of Royal Soc. 101 A 712. S. 391. 1922.

brauchbar; trotzdem sind die dort gewonnenen Resultate für die vorliegende Arbeit, wie an den betreffenden Stellen näher gezeigt werden wird, teilweise von erheblichem Interesse.

3. Das Thermotelephon.

Um zu erkennen, wie weit der bei der Untersuchung des Thermotelephons beschrittene Weg auch rückwärts gangbar bleibt, sei in aller Kürze das Wesentliche jener schon oben erwähnten Veröffentlichungen (1, 2) zusammengefaßt.

Ein dünner Leiter wird von Gleich- und Wechselstrom durchflossen; es entsteht in ihm sekundlich eine Wärmemenge

$$Q = A \cdot R (J_0 + J' \cdot \sin \omega t)^2$$

(A = elektrisches Wärmeäquivalent)

(R = Leiterwiderstand),

die in ihrem periodischen Teile zu Temperaturschwankungen des Leiters und dadurch zu Temperaturwellen in das umgebende Medium hinein Anlaß gibt. Diese Wärmewellen sind bei Schallfrequenzen räumlich extrem gedämpft, sie erzeugen jedoch in ihrem schmalen Wirkbereich längs des Leiters thermische Volumänderungen und geben dadurch zu Schallwellen Anlaß.

Bei Annahme eines zylindrischen Drahtes als Leiter und eines idealen Gases als umgebendes Medium drückt sich der eben geschilderte Vorgang mathematisch wie folgt aus:

(1) Gleichung für die Temperaturschwankung in der Folie:
El. sekundlich erzeugte Wärmemenge = sekundlich abgegebene + kapazitiv aufgespeicherte Wärmemenge

$$A \cdot R (J_0 + J' \cdot \sin \omega t)^2 = 2r \pi \cdot h \beta T_1 + r^2 \pi h \cdot c_v \cdot \frac{dT_1}{dt}$$

r = Drahtradius,

h = Drahtlänge,

β = äußere Wärmeleitfähigkeit,

T_1 = Temperatur des Drahtes über der Umgebung,

T = Momentantemperatur des Gases.

(2) Gleichung für die Temperaturschwankung im Gasmedium:
Änderung des Wärmeinhalts eines Vol.-Elements des Gases = durch Leitung zugef. Wärme + durch Arbeit auf das Vol.-Element zugef. Wärme.

$$\varrho c_v \frac{dT}{dt} = \text{div } k \text{ grad } T - B p \cdot \varrho \frac{dv}{dt}$$

ϱ = Dichte des Gases, B = mechanisches Wärmeäquivalent, k = Wärmeleitf. d. Gases v = spez. Vol. des Gases = $1/\varrho$.

Umformung von (2) unter Benutzung der Beziehungen für ideale Gase:

$$p = \varrho \cdot \frac{R}{M} \cdot T, \quad c_p - c_v = \frac{R}{M} \cdot B,$$

$$(2) \quad \frac{R}{M} = R' = \text{Gaskonstante auf spez. Volumen bezogen.}$$

$$2a) \quad \left\{ \begin{aligned} B p \cdot \varrho \frac{dv}{dt} &= B \varrho^2 R' \cdot T \frac{dv}{dt} = B \frac{dp}{dt} - B \varrho R' \frac{dT}{dt} \\ &\quad - T B R' v \frac{d\varrho^2}{dt} \end{aligned} \right.$$

$$(2b) \quad T B R' v \frac{d\varrho^2}{dt} = 2 B R' T \frac{d\varrho}{dt} = - 2 B R' T \varrho^2 \frac{dv}{dt},$$

$$(2c) \quad B \frac{dp}{dt} = \varrho (c_p - c_v) \frac{dT}{dt} + B R' T \varrho^2 \frac{dv}{dt} = 0.$$

Bei Annahme: $k = \text{const.}$ wird danach aus (2):

$$(3) \quad k \Delta T + B \frac{dp}{dt} - \varrho c_p \frac{dT}{dt} = 0.$$

Damit ist durch (1) und (3) je eine Differentialgleichung für die Temperaturschwankung im Drahte und im Gase gegeben; die Gleichungen lassen sich unter bestimmten Annahmen lösen und gestatten somit eine rechnerische Erfassung der Umsetzung: Elektrische Energie \rightarrow Akustische Energie. Darauf weiter einzugehen, ist hier nicht der Platz; der Weg liegt klar vorgezeichnet, und es muß sich jetzt erweisen, wie weit er für das Thermomikrophonproblem von Nutzen sein kann.

B. Die Theorie des Thermomikrophons.

1. Umsetzungsmöglichkeiten akustischer in elektrische Energie.

Die Wirkungsweise des Thermotelephons ist, wie eben gezeigt wurde, durch die ganz eindeutige Umsetzung gegeben: Elektrische Energie \rightarrow Joulesche Wärme \rightarrow durch Luftkompression und -dilatation erzeugte akustische Energie; ob durch Schallkapseln oder andere Anordnungen eine bessere Ausnutzung der Schallwirkung erreicht wird, ist physikalisch unwesentlich.

Für das Thermomikrophon liegen die Verhältnisse wesentlich komplizierter. Schallwellen können Wärmewirkungen auslösen nicht nur durch adiabatische Temperaturänderungen in den Schallknoten, sondern ebensogut auch durch Störung der Luftströmungen, die irgendein thermisches Gleichgewicht bedingen. Wärme wiederum kann direkt oder indirekt steuernd auf elektrische Kreise einwirken, die elektrische Abbildung der akustischen Erregung also auf physikalisch völlig verschiedene Weise zustande kommen. So wird es erforderlich sein, im folgenden den einzelnen Möglichkeiten getrennt nachzugehen.

2. Erregung thermischer Wirkungen durch Schallwellen.

Eine Schallwelle besteht aus Schallknoten und Schallbauch, das bedeutet hier: aus Gasteilchen mit gegen die Umgebung verschobener Temperatur und aus Gasteilchen unveränderter Temperatur aber gerichteter Zusatzgeschwindigkeit. Jene thermisch beeinflussen können auf elektrische Leiter direkt Wärmewirkungen ausüben, diese dank ihrer Geschwindigkeit die Wärmeableitung höher temperierter Leiter stören und so direkt oder durch Steuern eines Konvektionsstromes thermisch wirksam werden. Damit sind drei wesensverschiedene Fälle aufgezeigt, die im folgenden unter Annahme zylindrischer Thermophondrähte diskutiert werden sollen, da diese Leiterform den Vorzug theoretisch allgemeinsten Behandlungsmöglichkeit mit bester experimenteller Wirksamkeit vereint.

a) Der Knoteneffekt.

Die Wirkung der Schallknoten auf einen elektrischen Leiter läßt sich als direkte Umkehrung des Thermotelephoneffekts auffassen:

Die Gasumhüllung eines zylindrischen Drahtes wird durch Schallwellen in periodische Temperaturschwankungen versetzt. Die hohe Frequenz des Vorganges verhindert einen Temperatenausgleich innerhalb des Gases selbst, jedoch tritt dank des besser leitenden Drahtmaterials ein Wärmefluß symmetrisch zur Zylinderachse, also radial gerichtet, ein. Es ist die hierdurch hervorgerufene Temperaturänderung des



Fig. 1.

Drahtes zu berechnen bei gegebener Temperaturschwankung des ungestörten Gases.

Mathematische Behandlung:

U_0 = absolute Ruhetemperatur des Drahtes,

U_1 = Differenz zwischen Momentantemperatur und Ruhetemperatur,

ρ_f bzw. ρ_g = Dichte des Drahtes bzw. des Gases,

σ = Strahlungskonstante,

a = Drahtradius,

k_g = Wärmeleitfähigkeit des Drahtes,

k_g = Wärmeleitfähigkeit des Gases,

B = mechanisches Wärmeäquivalent.

Für die Temperaturschwankung des Drahtes ergibt sich nach der Wärmeleitungstheorie die Differentialgleichung:

$$(4) \quad \frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{k_f}{\rho_f c_{p,f}} \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_1}{\partial r} \right).$$

Hinzu treten die Grenzbedingungen für $r = a$:

$$(5) \quad 1. \quad U_1 = T_g, \text{ wo } T_g \text{ die Gastemperatur bedeutet.}$$

$$(6) \quad 2. \quad k_f \frac{\partial U_1}{\partial r} + 4 U_0^3 \sigma U_1 - k_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0.$$

Für die Wärmestrahlung, die sich näherungsweise nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz für schwarze Körper berechnet, ist hierbei wegen der geringen Größe von U_1 nur das 1. Glied der Taylorentwicklung in Rechnung gezogen worden; meist wird auch dies zu vernachlässigen sein.

Eine partikuläre Lösung von (4) ist: $U_1 = u \cdot e^{-m t}$, wo $m = \text{const.}$, $u = f(r)$.

u ist so zu wählen, daß

$$\frac{c_f \cdot \rho_f}{k_f} m u + \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = 0$$

wird; also, wenn

$$\frac{m}{\mu} = \frac{c_f \cdot \rho_f}{k_f} \cdot m = c^2$$

gesetzt wird, ist

$$u = C_1 \left\{ 1 - \frac{c^2 r^2}{2^2} + \frac{c^4 r^4}{2^2 4^2} - \dots \right\} = C_1 \cdot J_0(c \cdot r);$$

$J_0(c r) = 1$. Besselsche Funktion.

Als Lösung von (4) ergibt sich demnach:

$$(7) \quad U_1 = C_1 \cdot e^{-\mu c^2 t} \cdot J_0(c r).$$

Um zu vergleichen, wie weit diese Lösung den Randbedingungen (5) und (6) genügt, bedarf es der Aufstellung einer Differentialgleichung für die Temperaturschwankungen im Gase: Diese lautet ganz analog der für das Thermotelephon ermittelten Gleichung (3):

$$(8) \quad \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{k_g}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \left(\frac{\partial^2 T_g}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \frac{B}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \frac{dp}{dt};$$

$\frac{dp}{dt}$ ist durch die Schallerregung gegeben. Bei Annahme eines reinen Tones folgt p der Beziehung:

$$p = p_0 + p_1 \cdot e^{i\omega t}, \quad \text{also} \quad \frac{dp}{dt} = i\omega p_1 \cdot e^{i\omega t}$$

und (8) schreibt sich als Differentialgleichung für T_g :

$$(8a) \quad \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{k_g}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \left(\frac{\partial^2 T_g}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \frac{B}{\varrho_g \cdot c_{pg}} i\omega p_1 \cdot e^{i\omega t}.$$

Ist T_g unabhängig von r , d. h. die Gastemperatur durch den Draht unbeeinflusst, so ergibt sich die durch die Druckschwankung hervorgerufene Temperaturschwankung:

$$(9) \quad T_1 = \frac{B}{\varrho_g \cdot c_{pg}} p_1 \cdot e^{i\omega t} = T_1' \cdot e^{i\omega t}.$$

Hinzu kommt im vorliegenden Falle die Temperatur T_g' , die durch die Anwesenheit des zylindrischen Leiters hervorgerufen wird und sich in der Besselschen Differentialgleichung darstellt:

$$(10) \quad \frac{\partial T_g'}{\partial t} = \frac{k_g}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \left(\frac{\partial^2 T_g'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_g'}{\partial r} \right).$$

Partikuläre Lösung von (10) ist $T_g' = T \cdot e^{-nt}$

$$n = \text{const.}, \quad \frac{n}{\lambda} = \frac{c_{pg} \cdot \varrho_g}{k_g} \cdot n = b^2;$$

also

$$(11) \quad T_g' = C_2 \cdot e^{-\lambda b^2 t} \cdot J_0(b \cdot r).$$

Die Gesamtschwankung der Gastemperatur ergibt sich, da der Leiter abschwächend auf die Amplituden der Wellen wirkt, als Differenz von (9) und (11):

$$(12) \quad T_g = \frac{B}{\varrho_g \cdot c_{pg}} p_1 \cdot e^{i\omega t} - C_2 \cdot e^{-\lambda b^2 t} J_0(b \cdot r).$$

Zur Bestimmung der Faktoren C_1 in (7) und C_2 in (12) dienen die Grenzbedingungen (5) und (6), in die der Ausdruck (7) und (12) einzusetzen ist. Da experimentell nur sehr dünne Drähte für Thermophon Zwecke in Frage kommen, genügt es, die Reihenentwicklung für die Besselschen Funktionen J_0 und J_1 bis zur 3. Potenz des Drahradius einschließlich fortzuführen. Man erhält:

$$(5a) \left\{ \begin{aligned} C_1 \cdot e^{-\mu c^2 t} \left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} &= \frac{B}{q_g \cdot c_{pg}} p_1 \cdot e^{i\omega t} \\ &- C_2 \cdot e^{-\lambda b^2 t} \left\{ 1 - \frac{b^2 a^2}{2^2} \right\} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$(6a) \left\{ \begin{aligned} k_f C_1 \cdot e^{-\mu c^2 t} \left\{ -\frac{c^2 a}{2} + \frac{c^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\} + 4 U_0^3 \sigma C_1 \cdot e^{-\mu c^2 t} \left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} \\ - k_g C_2 \cdot e^{-\lambda b^2 t} \left\{ -\frac{b^2 a}{2} + \frac{b^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\} &= 0. \end{aligned} \right.$$

Aus (5a) ergibt sich das schon anschaulich vorauszusehende Resultat: $-\mu c^2 = -\lambda b^2 = i\omega$, d. h.

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} b^2 &= -\frac{i\omega c_{pg} \cdot q_g}{k_g}, \end{aligned} \right.$$

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} c^2 &= -\frac{i\omega c_{vf} \cdot q_f}{k_f}. \end{aligned} \right.$$

So vereinfachen sich die Gleichungen zur Bestimmung von C_1 und C_2 zu:

$$(15) \quad C_1 \left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} = \frac{B}{q_g \cdot c_{pg}} p_1 - C_2 \left\{ 1 - \frac{b^2 a^2}{2^2} \right\}, \quad (1)$$

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} C_1 \left\{ 4 U_0^3 \sigma \left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} + k_f \left\{ -\frac{c^2 a}{2} + \frac{c^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\} \right\} \\ = C_2 k_g \left\{ -\frac{b^2 a}{2} + \frac{b^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\} \end{aligned} \right.$$

Da es für das vorliegende Problem nur auf die Größe C_1 ankommt, wird diese ermittelt durch Einsetzen von C_2 aus (15) in (16)

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} C_1 \left\{ k_g \left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} + 4 U_0^3 \sigma \left(\frac{\left\{ 1 - \frac{c^2 a^2}{2^2} \right\} \left\{ 1 - \frac{b^2 a^2}{2^2} \right\}}{\left\{ -\frac{b^2 a}{2} + \frac{b^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\}} \right. \right. \\ \left. \left. + k_f \frac{\left\{ -\frac{c^2 a}{2} + \frac{c^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\} \left\{ 1 - \frac{b^2 a^2}{2^2} \right\}}{\left\{ -\frac{b^2 a}{2} + \frac{b^4 a^3}{2^3 \cdot 4} \right\}} \right) \right\} = \frac{B p_1}{q_g \cdot c_{pg}} k_f \end{aligned} \right. \quad (20)$$

Wird der Nenner beseitigt und nach Potenzen von a geordnet, ferner der Wert für b bzw. c aus (14) eingesetzt und als neue Abkürzung eingeführt:

$$\omega c_{pg} \cdot \varrho_g = g, \quad \omega c_f \cdot \varrho_f = f$$

so ergibt sich:

$$(18) \left\{ \begin{aligned} C_1 \left\{ 4 U_0^3 \sigma + \frac{ia}{2} (g + f) + ic^2 U_0^3 \sigma \left(\frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} \right) \right. \\ \left. - \frac{a^3}{2 \cdot 2^3} \left(\frac{g^3}{2k_g} + \frac{g \cdot f}{k_f} + \frac{f^3}{2k_f} + \frac{f \cdot g}{k_g} \right) \right\} \\ = \frac{B p_1 k_g}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \left\{ \frac{ia}{2} \frac{g}{k_g} - \frac{a^3}{2^3 \cdot 2} \frac{g^3}{2k_g^3} \right\} \end{aligned} \right.$$

Da der reelle und imaginäre Teil beider Seiten in (18) je einander gleich sein muß, wäre C_1 überbestimmt, falls es nur eine Integrationskonstante darstellte. C_1 muß demnach neben dem Amplitudenfaktor noch die Phasenbeziehung zwischen Kompressionswelle im Gase und Temperaturwelle im Draht enthalten, sich also zerlegen lassen in die Form:

$$(19) \quad C_1 = C_1' \cdot e^{i\delta}.$$

Damit zerfällt (18) in die beiden Teilgleichungen:

$$(18a) \left\{ \begin{aligned} C_1' \left\{ \cos \delta \left(4 U_0^3 \sigma - \frac{a^3}{2 \cdot 2^3} \left\{ \frac{g^3}{2k_g} + \frac{g \cdot f}{k_f} + \frac{f^3}{2k_f} + \frac{f \cdot g}{k_g} \right\} \right) \right. \\ \left. - \sin \delta \left\{ \frac{a}{2} (g + f) + a^2 U_0^3 \sigma \left(\frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} \right) \right\} \right\} \\ = - \frac{B \cdot p_1}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \frac{a^3}{2^3 \cdot 2} \frac{g^3}{2k_g^3}, \end{aligned} \right.$$

$$(18b) \left\{ \begin{aligned} C_1' \left\{ \sin \delta \left(4 U_0^3 \sigma - \frac{a^3}{2 \cdot 2^3} \left\{ \frac{g^3}{2k_g} + \frac{g \cdot f}{k_f} + \frac{f^3}{2k_f} + \frac{f \cdot g}{k_g} \right\} \right) \right. \\ \left. + \cos \delta \left\{ \frac{a}{2} (g + f) + a^2 U_0^3 \sigma \left(\frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} \right) \right\} \right\} = \frac{B p_1}{\varrho_g \cdot c_{pg}} \frac{a}{2} \cdot g, \end{aligned} \right.$$

Zieht man in Rücksicht, daß die Strahlungskonstante σ eine sehr kleine Zahl ist, also Ausdrücke wie $\sigma^2 a^2$ oder σa^3 sicher zu vernachlässigen sind unter den bisherigen Annahmen für a , so ergeben sich die Resultate:

$$(20) \left\{ \begin{aligned} C_1' = \frac{B p_1}{\varrho_g \cdot c_{pg} \cdot \sqrt{\frac{(g^3 + f^3)}{g^3} + \frac{4^3 U_0^3 \sigma^2}{a^3 \cdot g^3} + a U_0^3 \sigma \frac{2^3}{g^3} \left[1 - (g + f) \left(\frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} \right) \right]}} \end{aligned} \right.$$

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} 4 U_0^2 \sigma - \frac{a^2}{2 \cdot 2^2} \left\{ \frac{g^2}{2 k_g} + \frac{g \cdot f}{k_f} + \frac{f^2}{2 k_f} + \frac{f \cdot g}{k_g} + \frac{(g+f)}{2} \frac{g}{k_g} \right\} \\ \frac{a}{2} (g+f) + a^2 U_0^2 \sigma \left\{ \frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} + \frac{4g}{2 \cdot 2^2 k_g} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{tg } \delta =$$

Für sehr dünne, nicht zu hoch erhitzte Drähte vereinfachen sich diese Formeln noch wesentlich:

$$(20a) \quad \left\{ C_1' = \frac{B p_1}{c_{pg} \cdot q_g + c_f \cdot q_f} = \frac{T_1'}{1 + \frac{c_f \cdot q_f}{c_{pg} \cdot q_g}} \right\},$$

$$(21a) \quad \text{tg } \delta = 0.$$

Jetzt läßt sich die durch die Schallknoten hervorgerufene Temperaturänderung U_1 des Thermophondrahtes durch Einsetzen des Wertes für C_1 in (7) angeben. Zugleich wird $J_0(\sigma r)$ bis r^2 entwickelt und in polare Form gebracht, so daß (7) die neue Gestalt gewinnt:

$$(22) \quad U_1 = C_1' \sqrt{1 + \frac{\omega^2 \cdot c_f^2 \cdot q_f^2 r^4}{k_f^2 \cdot 2^4}} \cdot e^{i(\omega t + \arctg \frac{\omega c_f \cdot q_f}{k_f} \frac{r^2}{2} + \delta)}.$$

Da sich U_1 mit r^2 ändert, kommt man bei Drähten schon erheblich früher als bei Folien, wo U_1 in erster Näherung linear von der Dicke abhängt, zu einem vom Drahtradius unabhängigen Ausdruck für die gesuchte Temperaturschwankung

$$(23) \quad U_1 = \frac{B p_1}{c_{pg} \cdot q_g + c_f \cdot q_f} \cdot e^{i(\omega t + \delta)}.$$

Läßt sich die Wärmestrahlung vernachlässigen, so erhält man den Endausdruck:

$$(24) \quad U_1 = \frac{B p_1}{c_{pg} \cdot q_g + c_f \cdot q_f} e^{i\omega t} = \frac{T_1}{1 + \frac{c_f \cdot q_f}{c_{pg} \cdot q_g}}.$$

Hier ist nicht mehr die Rede von Frequenzabhängigkeit oder Phasenverschiebung zwischen der Kompressionswelle im Gas und der durch sie erzeugten Temperaturwelle im Thermophondraht. Soweit also der Anwendungsbereich der Formel (24) sich erstreckt, ist durch den Knoteneffekt eine naturgetreue Abbildung der Schallerregung im Gase auf die Temperaturänderung im Draht gewährleistet; je kleinere Werte das Verhältnis $\frac{\text{Wärmekapazität des Drahtes}}{\text{Wärmekapazität des Gases}}$ annimmt, desto vollkommener erreicht dabei der Leiter die Temperatur seiner ungestörten Umgebung.

Gültigkeitsbereich von (24) und Größenordnung von U_1 seien zum Schluß dieses Abschnittes an einem Beispiel dargestellt:

Ein Platindraht vom Radius $r = 5 \cdot 10^{-4}$ cm werde in Luft von Atmosphärendruck bei Zimmertemperatur (18° C) besprochen mit einer Druckamplitude $p_1 = 10^{-4}$ Atmosphäre und einer Frequenz $n = 100$.

B = Wärmeäquivalent des erg. in g·cal = $2,388 \cdot 10^{-8}$,

$p_1 = 10^{-4}$ Atmosph. = $101,83$ Dyn/cm²,

$c_{fs} = 0,241$
 $c_s = 0,001213$ } $c_{fs} \cdot c_s = 2,923 \cdot 10^{-4}$,

$c_f = 0,082$
 $c_f = 21,4$ } $c_f \cdot c = 6,86 \cdot 10^{-1}$,

$U_0 = 273^\circ + 18^\circ = 291^\circ$ abs.,

$k_g = 0,000055 \frac{\text{g} \cdot \text{cal}}{\text{grad cm sec}}$

$k_f = 0,17 \frac{\text{g} \cdot \text{cal}}{\text{grad cm sec}}$

$\sigma = 5,76 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \text{ grad}^4}$.

Die Temperaturamplitude in Luft beträgt demnach

$$T_1' = 8,3 \cdot 10^{-8}$$

und die Temperaturamplitude im Draht:

$$U_1' = 3,5 \cdot 10^{-6}.$$

Die Amplituden der Wärmewellen sind also außerordentlich klein und übersteigen selbst bei stärksten Schalldrucken, wie sie etwa in Orgelpfeifen vorkommen, nicht einige Tausendstel Grad in dem Leiter.

Durch Wahl anderen Drahtmaterials lassen sich die Verhältnisse nicht merklich beeinflussen, da die Wärmekapazitäten der Metalle größenordnungsmäßig übereinstimmen; aus demselben Grunde würde die Wahl eines anderen Gases nichts nützen, sondern nur durch starke Kompression der Gashülle eine Steigerung ihrer Wärmekapazität zu erzielen sein.

Der Gültigkeitsbereich von (24) erhellt aus folgendem:

$$(w) \frac{(g + f)^2}{g^2} = 5,5 \cdot 10^6$$

ist das im Nenner von C_1' berücksichtigte Glied.

$$(x) \quad \frac{4^2 \cdot U_0^6 \sigma^3}{a^3 \cdot g^3} = 38,8,$$

$$(y) \quad a U_0^3 \sigma \cdot \frac{2^3}{g^3} \left[1 - (g + f) \left(\frac{g}{k_g} + \frac{f}{k_f} \right) \right] = -21,5;$$

(x) und (y) sind die dort vernachlässigten Glieder,

$$(z) \quad \frac{\omega^3 \cdot e_f^3 \cdot q_f^3 \cdot r^4}{k_f^3 \cdot 2^4} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ für } r = a$$

blieb in (22) unberücksichtigt gegenüber 1.

In dem gegebenen Beispiel sind also die Vernachlässigungen mit vollem Recht gemacht. Steigert man aus Gründen der elektrischen Ausnutzung die Drahttemperatur bis etwa 600° C — eine höhere Temperatur wird man wegen der Gefahr des Durchbrennens kaum erreichen —, so rücken die Glieder (z) und (y) in die Größenordnung: 10⁴ bis 10², kommen also noch immer nicht in Frage. Vergrößert man den Drahtradius jedoch noch um das Zehnfache, auf $r = 5 \cdot 10^{-3}$ cm, so nimmt (x) die Größenordnung von (w) an und die Grenze des Anwendungsbereichs von (24) ist erreicht.

b) Der Schwingungseffekt.

Die Wirkung der Schallknoten auf den Thermophondraht äußert sich, wie eben gezeigt, in frequenzgleichen Temperaturschwingungen; ganz anders werden die Schallbäuche den Leiter beeinflussen, denn in ihnen schwingt die Gasumhüllung des Drahtes unkomprimiert hin und her und kann nur thermisch wirksam werden, wenn ein Temperaturgefälle vom Leiter zum Gase besteht. Ein solches sei im folgenden angenommen, ferner werde der Draht als unendlich lang betrachtet, die Wärmeableitung durch seine Enden also vernachlässigt.

Der Temperaturverlauf im Draht und seiner Umgebung wird durch die allgemeine Wärmeleitungsgleichung beherrscht:

$$(25) \quad c \cdot \varrho \frac{D \Theta}{D t} = \operatorname{div} k \operatorname{grad} \Theta,$$

wobei

$$\frac{D}{D t} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}$$

den lokalen Differentialquotienten bedeutet.

In voller Allgemeinheit ist (25) nicht lösbar. Die Annahme eines symmetrischen Stromlinienverlaufes gestattet in gewissen

Fällen, wie Boussinesq¹⁾ zuerst gezeigt hat, durch eine Koordinatentransformation die Wärmeableitung in bewegten Medien auf einen lösbaren Ausdruck umzuformen, doch führen die von King²⁾ in Verfolg dieser Methode erhaltenen Formeln zu keinen, auf das vorliegende Problem anwendbaren Resultaten. So bleibt nur der Versuch eines Näherungsverfahrens, das die Drahtabkühlung U_2 , den „Schwingungseffekt“, als Funktion der Gasgeschwindigkeit v und aller übrigen, physikalisch frei verfügbaren, Parameter zu erkennen gestattet. Diese Näherung geschieht in drei Schritten: Es wird zuerst der Fall zeitlich stationärer, durch einen stetigen Luftstrom bewirkter, Wärmeabfuhr betrachtet, wobei der freiwillige Konvektionsstrom richtungsgleich mit dem erzwungenen verlaufen soll. Umgekehrt wird sodann das zeitliche Abklingen eines erhitzten Drahtes in völlig ruhender Luft erwogen und endlich durch eine Verbindung dieser beiden Extremfälle eine Formel gewonnen, die den allgemeinen Wärmeableitungsvorgang beherrscht.

a) Der zeitlich stationäre Fall.

Der Draht befinde sich in ruhender Luft im thermischen Gleichgewicht. Es gilt die Differentialgleichung:

$$(26) \quad \Delta \Theta_0 = \frac{d^2 \Theta_0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \Theta_0}{dr} = 0,$$

d. h. der Temperaturabfall vom Draht zur Umgebung folgt dem Gesetz:

$$(26a) \quad \Theta_0 = -A \cdot \ln r + B.$$

Das Gas erhalte nun parallel zur x -Achse eines raumfesten, mit der z -Richtung parallel zur Drahtachse orientierten, Koordinatensystems einen Geschwindigkeitsbetrag v . Diese Luftbewegung ruft gesteigerte Wärmeabfuhr hervor und damit ein Absinken der Drahttemperatur um den Betrag U_0' . In erster Näherung mag die Änderung des Temperaturfeldes, bewirkt durch Eintreten der neuen Drahtruhetemperatur $U_0 - U_0'$, vernachlässigt werden, zu betrachten bleibt, da der zeitliche Abfall von U_0 auf $U_0 - U_0'$ später erwogen wird,

1) Boussinesq, Compt. rend. 133. S. 257. 1901.

2) King, Phil. Trans. 214. S. 373. 1914.

nur die den neuen Gleichgewichtszustand bedingende verstärkte Wärmeabfuhr. Diese drückt sich darin aus, daß jetzt die Divergenz des Wärmeflusses nicht mehr verschwindet, sondern den Wert annimmt:

$$(27) \quad \frac{k}{c \cdot \varrho} \Delta \Theta = v \frac{\partial \Theta}{\partial x}.$$

Die aus dieser Gleichung berechneten Temperaturwerte Θ ergeben das durch die gerichtete Konvektion verzerrte Temperaturfeld; sie sind als eine Folge von Näherungen zu ermitteln, deren erste erhalten wird aus:

$$(27a) \quad \frac{k}{c \cdot \varrho} \Delta \Theta_1 = v \frac{\partial \Theta_0}{\partial x}.$$

Die neue Ruhetemperatur des Leiters andererseits, der eine thermische Äquipotentialfläche von der Anfangstemperatur U_0 sein möge, läßt sich aus dem verstärkten Wärmeabfluß ermitteln:

$$(28) \quad k \int \Delta \Theta d\tau = c \cdot \varrho v \int \frac{\partial \Theta}{\partial x} d\tau = dQ = c \cdot \varrho (U_0 - U_0').$$

Das Volumintegral ist hier über ein den Draht z. B. koaxial umschließendes Gasvolumen gegebenen Umfangs zu erstrecken.

Nun erkennt man sofort, daß die erste Näherung:

$$(28a) \quad v \int \frac{\partial \Theta_0}{\partial x} d\tau = U_0 - U_{01}'$$

die Bedeutung hat, die Divergenz über ein raumfestes Gasvolumen zu bilden, in welchem die vorher zentral gelegene Wärmequelle eine lineare Verrückung in der x -Richtung erfahren hat. Da bei diesem Vorgang die gleiche Wärmemenge auf der einen Seite des Gasvolumens ein-, auf der anderen austritt, verschwindet eine solche Divergenz, d. h. die neue Draht-ruhetemperatur hängt nur von quadratischen und höheren Gliedern der Windgeschwindigkeit ab.

Dies Resultat läßt sich aus energetischen Überlegungen von vornherein erwarten, und zugleich kann man voraussagen, daß auch alle übrigen ungeraden Potenzen in einer Reihenentwicklung: $U_0 - U_0' = f(v)$ verschwinden müssen, da nur der absolute Betrag, nicht die Richtung von v für die Drahtabkühlung maßgebend ist. Ferner müssen die Potenzglieder abwechselnd positives und negatives Vorzeichen haben, da die

Drahtabkühlung asymptotisch einem Grenzwert zustrebt, der gegeben ist durch die Gasruhetemperatur T_g und die zugeführte Joulesche Wärme. Allen diesen Voraussetzungen wird eine Exponentialformel gerecht:

$$(29) \quad U_0 - U_0' = D (1 - e^{-b v}).$$

Bedeutet ΔT die von der Jouleschen Wärme hervorgerufene Überhöhung der Gastemperatur T_g bei $v = \infty$, so wird aus (29):

$$(29a) \quad U_2 = (\bar{U}_0 - T_g + \Delta T) (1 - e^{-b v}).$$

Über die Bedeutung des Exponentialfaktors b sollen die folgenden Überlegungen Klarheit schaffen.

b) Das zeitliche Abklingen der Drahttemperatur in ruhender Luft.

Für das zeitliche Absinken der Drahttemperatur gilt der zweite Teil der Formel (25):

$$(30) \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{k}{c \cdot q} \Delta \Theta,$$

wobei als Grenzbedingungen hinzutreten:

$$(30a) \quad \left(\frac{\partial \Theta}{\partial r} \right)_{r=a} = - \frac{h}{k} [(\Theta)_{r=a} - T_g],$$

$$(30b) \quad \Theta_{t=0} = F(r).$$

Da es sich um äußerst dünne Drähte handelt, kann unter Vernachlässigung höherer Glieder der als Summe anzusetzenden allgemeinen Lösung (s. Fourier: *Théorie de la chaleur*) mit hinreichender Genauigkeit das Abklingen der Drahttemperatur dargestellt werden durch:

$$(31) \quad \Theta = A \cdot e^{-\frac{2h}{c_f \cdot q_f \cdot a} t}$$

oder, auf die Ausgangstemperatur bezogen (ΔU = Abfall von U_0):

$$(32) \quad \Delta U = A \left(1 - e^{-\frac{2h}{c_f \cdot q_f \cdot a} t} \right).$$

c) Kombination von a) und b).

Die Abhängigkeit der Drahtabkühlung von der äußeren Wärmeleitfähigkeit und den Materialdaten, wie sie in (32) auftritt, wird durch erzwungene Luftbewegung nicht geändert, doch wird in den Exponenten ein von der Momentantemperatur

abhängiger Zusatzfaktor c_2 eingehen, der die Deformation der thermischen Äquipotentialflächen bei Windabkühlung berücksichtigt und erst für erhebliches Absinken der Temperatur unter U_0 wesentlich wird.

Da es sich um oszillierende Luftströmungen handelt, wird die Abkühlungszeit t nicht von 0 bis ∞ , sondern über die Zeit T einer Periode zu erstrecken sein, und die momentane Beobachtungszeit ist als Bruchteil derselben einzuführen:

$$(33) \quad t = \frac{1}{c_1} \cdot T = \frac{1}{c_1 \cdot n}.$$

Ferner bestehen die Grenzbedingungen:

1. Für $n = 0$ erreicht die Abkühlung ihren für v stationären Wert.
2. Für $n = \infty$ ist die Abkühlung 0.
3. Für $v = 0$ ist die Abkühlung 0.
4. Für $v = \infty$ erreicht die Abkühlung ihren Maximalwert.

Dem genügt eine Endformel folgender Gestalt:

$$(34) \quad U_2 = (U_0 - T_g + \Delta T) \left(1 - e^{-\frac{2h v^2 c_2}{c_f \cdot c_f \cdot a(1 + c_1 \cdot n)}} \right)$$

wo

$$c_1 = \text{const.}$$

$$c_2 = f(U_2).$$

Diese Beziehung gewährt den gewünschten qualitativen Einblick in die vorliegenden Verhältnisse. Es läßt sich direkt ablesen, daß, und (mit gewissen Einschränkungen) unter welcher funktionalen Form, hohe Ausgangstemperatur und große Schallamplitude, gute Übergangseleitfähigkeit, geringe Wärmekapazität und kleiner Durchmesser des Drahtes die Amplitude der Wärmewellen günstig beeinflussen. Ferner zeigt sich sofort, daß die Schallerregung keine naturgetreue thermische Abbildung erfährt, sondern die Schallfrequenz verdoppelt reproduziert und die Amplitude der Temperaturwelle im Draht mit steigender Wechselzahl gedrosselt wird.

Beachtet man hier, daß die Ruhelage U_0 nicht Schwingungsmittelpunkt der periodischen Abkühlung ist, sondern die Drahttemperatur um eine durch die $v - \delta R$ Kurvenkrümmung bedingte Mittellage zwischen den Extremalwerten: $U_0 \longleftrightarrow U(v_1)$ hin und her pendelt, so ergibt sich bei einsetzender Frequenzabhängigkeit — d. h. wenn die Einstellzeit der thermischen

Gleichgewichte die ihr zur Verfügung stehenden Schwingungszeitabschnitte überschreitet — eine statische Abkühlung des Leiters; diese verkleinert sich mit steigender Frequenz wieder, analog der Verringerung der dynamischen Abkühlung und dadurch bewirkter Annäherung des Schwingungsmittelpunktes an dem Ruhewert U_0 und verschwindet für $n = \infty$.

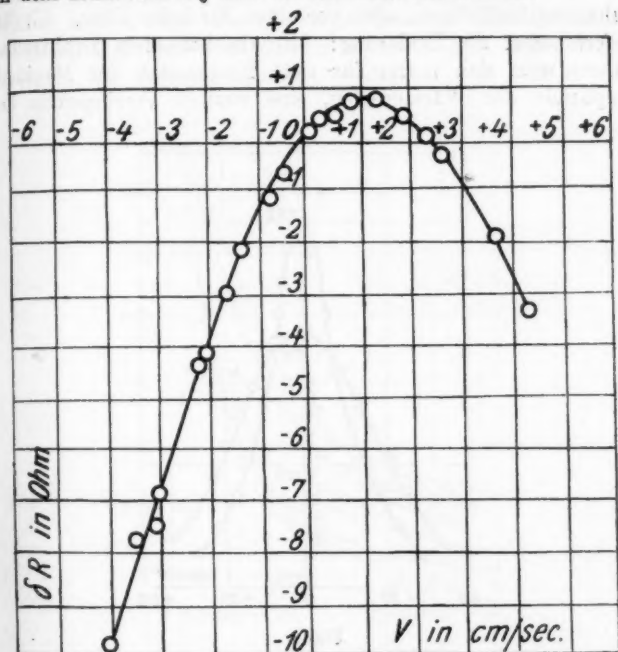


Fig. 2.

Für die Richtigkeit der Gleichung (34) lassen sich einige experimentelle Tatsachen anführen, die sich in zwei englischen Arbeiten jüngsten Datums finden und bisher unerklärt geblieben sind: Tucker und Paris¹⁾ fanden bei Widerstandsmessungen an ihrem Thermomikrophon im stetigen Luftstrom die in Fig. 2 dargestellte Abhängigkeit, die sich analytisch durch die Beziehung wiedergeben ließ: $\delta R \sim v^2$. Richards²⁾

1) Tucker und Paris, a. a. O.

2) R. C. Richards, Phil. Mag. 269. S. 926. 1923.

erhielt bei einer Messung über größere Geschwindigkeitsbereiche das Diagramm Fig. 3. Beide Resultate stimmen unter sich in der parabolischen Anfangskrümmung überein und entsprechen vollkommen den nach (34) gehegten Erwartungen. — Tucker und Paris beobachteten folgenden Effekt: Je feiner der Thermophondraht gewählt wird, desto größer wird seine Schallempfindlichkeit, aber vor allem für hohe Töne. Gl. (34) liefert sofort die Erklärung: Mit abnehmendem Drahtradius nähert man sich zuerst für tiefe Frequenzen der Maximalamplitude der Wärmewellen, eine weitere Verringerung des

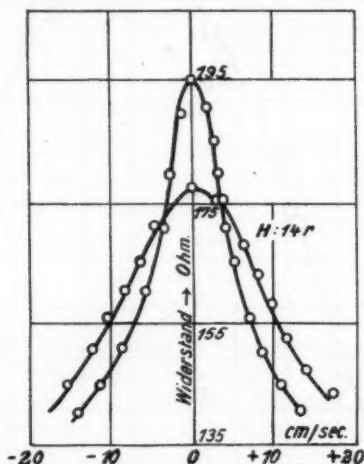


Fig. 3.

Drahtdurchmessers wird also hauptsächlich den höheren Tönen zugute kommen. — Die beiden Forscher stellten das Auftreten eines statischen Abkühlungseffekts fest in Proportionalität zur Schallintensität. Richards untersuchte mit einem an einer Stimmgabel schwingenden Hitzdrahtmikrophon die Verhältnisse genauer und fand, daß statische Abkühlung erst bei mittleren Frequenzen eintritt und dann den Verlauf von Fig. 4 nimmt, wobei sie nahe der Ordinatenachse $\sim v^2$ ist; die Kurven für höhere Frequenzen liegen, auf gleiche Amplituden bezogen, über den andern. Alles steht in bester Übereinstimmung mit

Formel (34), und später zu erwähnende Resultate werden sie weiter sichern.

Unbeachtet blieb bisher noch die Rolle der Wärmestrahlung und freiwilligen Konvektion bei dem Drahtabkühlungsprozeß. Beide wirken auf die Widerstandskurve abflachend ein, da ihr Maximum bei der Drahtruhetemperatur liegt; ihr Einfluß kann ebenso wie die vernachlässigte Wärmeableitung durch die Drahtenden in diesem Sinne in dem Exponentialfaktor c_2 zur Geltung gebracht werden, so daß (34) die all-

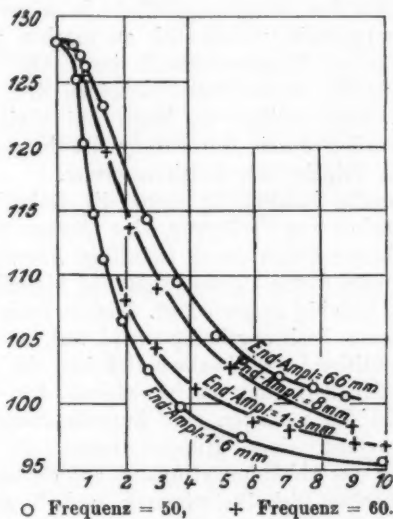


Fig. 4.

gemeine Form des Abkühlungsgesetzes für dünne Drähte verkörpert.

Vom Standpunkte des Thermomikrophonproblems aus betrachtet, erweist sich die durch den Schwingungseffekt im Leiter hervorgerufene Temperaturwelle als gänzlich ungeeignet für eine naturgetreue Nachbildung der Schallerregung. Zugleich wird aber auch bei der normalerweise zwangsläufigen Koppelung des Schwingungs- mit dem Knoteneffekt die Verwendbarkeit des letzteren völlig in Frage gestellt, da beide Wellen sich dank ihrer verschiedenen Frequenzen, Phasen und

Mitteltemperaturen zu völliger Klangentstellung überlagern müssen. Zwar ließe sich die Drahttemperatur so niedrig halten, daß der Schwingungseffekt gegen den Knoteneffekt fast ganz zurückträte, damit wären aber der elektrischen Ausnützung des Knoteneffekts selbst so enge Grenzen gezogen, daß eine praktische Verwertung des Thermomikrophons nicht mehr in Frage käme.

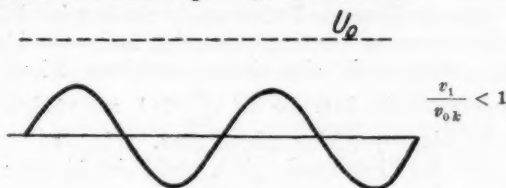
c) Der Konvektionsstromeffekt.

So ist dem ganzen Problem das Urteil gesprochen, falls es nicht glückt, den Schwingungseffekt in seiner Verbindung mit dem Knoteneffekt unschädlich zu machen und zugleich die Amplitude der Temperaturwelle im Draht erheblich zu steigern. Auf den ersten Blick scheinen dies unerfüllbare Forderungen, doch gelingt es, ihnen auf einfachste Weise gerecht zu werden durch Anwendung des in der Physik so viel benutzten Prinzips der Relaissteuerung.

Als schwache Kraftquelle steht die Luftschwingung in den Schallbäuchen zur Verfügung, eine stärkere Gasströmung liefert der erhitzte Draht durch freiwillige Konvektion, deren Größe sich zudem durch Überlagerung mit künstlich erzeugter Luftbewegung beliebig steigern läßt. Weisen beide Strömungen eine gemeinsame Richtungskomponente auf, so erzeugt die vektorielle Addition der Geschwindigkeiten in einer Halbperiode der Schallerregung ein Ansteigen des abkühlenden Gasstromes, in der nächsten eine Zurückstauung. So wird durch Verwendung eines Hilfsluftstromes die Richtungsunabhängigkeit des Abkühlungsvorgangs aufgehoben, Frequenzgleichheit zwischen Schallschwingung und Temperaturwelle hergestellt und durch Einführen eines neuen frei verfügbaren Parameters, der Geschwindigkeit des Konvektionsstromes v_0 , die Möglichkeit einer Wirkungsgradsteigerung gegeben.

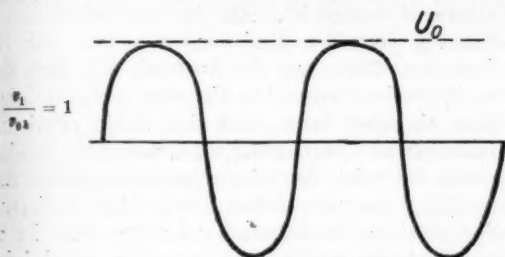
Im einzelnen läßt sich dies an Hand der Fig. 3 verfolgen: Das Auftreten eines Konvektionsstromes v_0 gleicher bzw. entgegengesetzter Richtungskomponente wie die Schallschwingung v_1 drückt den Schwingungsmittelpunkt des Schallluftstromes um einen der Geschwindigkeitskomponente v_{0x} parallel v_1 entsprechenden Betrag unter den Scheitelpunkt der Widerstandskurve (Fig. 3). Je nach der Größe des Quotienten v_1/v_{0k} lassen sich drei Formen der Temperaturwelle im Leiter unterscheiden:

Die Drahttemperatur schwingt um den durch Konvektion erzeugten Arbeitspunkt hin und her, ohne die Ruhelage für $v_{0k} = 0$, also den Scheitelpunkt, zu erreichen.



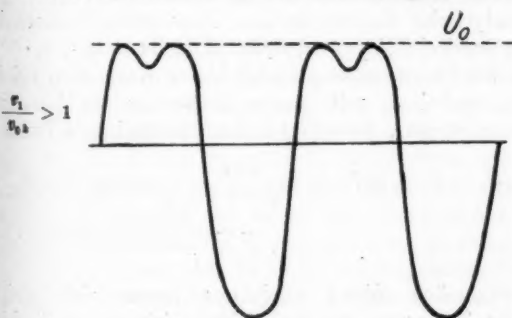
1. Fig. 5 a.

Ist die Amplitude v_1 so gering, daß die Arbeitskurve sich durch den ersten Differentialquotienten (des Widerstandsdiagramms) im Schwingungsmittelpunkte annähern läßt, so tritt getreue thermische Abbildung der Schallerregung ein.



2. Fig. 5 b.

Der Scheitelpunkt der Kurve, Fig. 3, wird als Extremalwert erreicht, daher zwar die Grundfrequenz noch gewahrt,



3. Fig. 5 c.

aber die Form der Temperaturwelle schon mit allen Oberschwingungen belastet, die sich aus dem Verlauf der Widerstandskurve ergeben. (Fig. 5b.)

Der oszillierende Luftstrom wechselt seine Richtung, die Drahttemperatur schwingt über den Ruhewert hinüber. Als Folge stellt sich eine immer stärkere Einsattelung der Temperaturwelle her, die bei $\frac{v_1}{v_{0k}} \gg 1$ zur völligen Herrschaft des Schwingungseffekts führen muß. (Fig. 5c.)

Für das Thermomikrophon ergibt sich hieraus: Es kommt nur der Zustand $\frac{v_1}{v_{0k}} < 1$ mit der dort angegebenen und bei normaler Schallintensität wohl immer erfüllten Nebenbedingung in Frage. Bei gegebener Lautstärke wird die Amplitude der Wärmewelle ein Maximum, wenn der Arbeitspunkt durch geeignete Einstellung von v_{0k} an die Stelle größter Steigung der Widerstandskurve verlegt ist. Alle für den Schwingungseffekt im übrigen gewonnenen Beziehungen gelten auch für den Konvektionsstromeffekt, nur die Aussage, daß dank der Frequenzabhängigkeit der thermischen Umsetzung ein statischer Abkühlungseffekt eintreten kann, läßt sich dahin erweitern: Für den Fall schallreiner Übertragung, d. h. wenn die Arbeitskurve eine Gerade ist, tritt, da Schwingungsmittelpunkt und Ruhetemperatur (U_{0k}) zusammenfallen, durch Schalleinwirkung überhaupt keine statische Widerstandsänderung ein. Ist v_1 größer als dieser Bedingung entspricht, so ergibt sich bei der Lage des Schwingungsmittelpunktes auf dem parabolischen Kurventeile eine statische Abkühlung, auf dem exponentiellen Kurvenaste eine statische Erwärmung des Drahtes.

Das analytische Gesetz für den Konvektionsstromeffekt folgt aus (34) durch eine Taylorentwicklung nach $v = v_0 + v_1 \cdot e^{i\omega t}$; diese ist für den Thermomikrophonfall hinter dem ersten Gliede abzubrechen, wobei c_2 mit großer Näherung als konstant betrachtet werden darf. So ergibt sich als maßgebende Formel:

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} U_2' &= (U_0 - T_g + \Delta T) \cdot \frac{4h c_2}{c_f \cdot q_f a (1 + c_1 n)} (v_0 \cdot v_1) \\ &\quad - \frac{2h v_0^2 c_2}{c_f \cdot q_f a (1 + c_1 n)} + i(\omega t + \varphi) \end{aligned} \right.$$

Auch zugunsten dieser Gleichung lassen sich einige experimentelle Tatsachen aus den früher zitierten englischen

Arbeiten anführen. Tucker und Paris hatten ihr Resonator-mikrophon normalerweise so angebracht, daß der freiwillige Konvektionsstrom dem Schallluftstrom entgegenstrich; in dieser Lage beobachteten sie mittels Dreiröhrenverstärker und Vibrationsgalvanometer Proportionalität zwischen den Amplituden von Schall- und Temperaturwelle. Bei einer Neigung der Mikrophonachse, die einer Verkleinerung des skalaren Produktes ($v_0 v_1$) entsprechen würde, verschwand allmählich, wie sich mit dem Telephon an Stelle des Galvanometers feststellen ließ, der akustische Grundton, während der erste Oberton bei einer Drehung um 90° beherrschend hervortrat.

3. Zusammenfassung von a) bis c).

Auf zweierlei Weise, so zeigen die bisherigen Überlegungen, lassen sich brauchbar abbildende Umsetzungen von Schallwellen in Temperaturwellen erzielen. Wie weit beide Effekte, da sie normalerweise gekoppelt und gegeneinander phasenverschoben auftreten, sich stören werden, wie weit der neuen Art Klangübertragung überhaupt Realität und technische Verwendbarkeit zukommt, müssen Experimente entscheiden. Die Theorie kann nur vermuten, daß der Konvektionsstromeffekt, richtig ausgenutzt, jedenfalls für niedere Frequenzen den Knoteneffekt überdecken wird, und daß für hohe Frequenzen eine Kollision dank der außerordentlich großen Wechselzahl der klangverzerrenden Obertöne akustisch nicht mehr ins Gewicht fällt; im übrigen muß sie sich der weiteren Frage zuwenden nach den Bedingungen der Umsetzung von Temperaturwellen in bildgetreue Wechselströme.

4. Die Umsetzung: Wärmewellen \rightarrow Wechselstromerregung.

Thermische Einwirkung vermag in dem physikalischen und physikalisch-chemischen Verhalten eines elektrischen Leiters eine ganze Anzahl verschiedener Veränderungen hervorzurufen, und diese können direkt oder indirekt wieder elektrisch wirksam werden. Es sei hier nur hingewiesen auf die Intensitätsschwankungen der Licht- und Wärmestrahlung, die, mit einer hohen Potenz von T fortschreitend, in Selen- oder Photozellen und Bolometern die thermisch umgesetzte Schallerregung elektrisch reproduzieren, ferner auf die Benutzungsmöglichkeit aller Art Umwandlungspunkte usw. Am naheliegendsten bleibt

natürlich die direkte Ausnutzung der Widerstandsschwankungen des besprochenen Leiters, die auf einfachste Weise den Heizstrom desselben zur akustisch-elektrischen Übertragung heranziehen würde. Als elektrische Leiter könnten neben metallischen Drähten in sinngemäßer Umdeutung der bisher gewonnenen Resultate auch ionisierte Gasstrecken in Frage kommen, und man käme damit von dem Simonschen „Sprechenden Lichtbogen“ zu dem „Hörenden Lichtbogen“; in dieselbe Gruppe von Erscheinungen fallen die in Zeitungsmeldungen kürzlich beschriebenen „Sprechenden Gasflammen“ von de Forest.¹⁾

Im folgenden wird zuerst die Rede sein von der einfachsten elektrischen Abbildung akustischer Erregungen durch die Widerstandsschwankung metallischer Drähte, und von hier aus werden sich dann die weiteren Möglichkeiten ergeben, zu einer Wirkungssteigerung zu gelangen.

a) Wärmewellen \rightarrow Widerstandsschwankung metallischer Leiter \rightarrow Wechselstrom.

Gegeben sei ein Thermophondraht vom Widerstand R_0 bei Ruhetemperatur U_0 , durch Schallerregung setzen Temperaturschwankungen in mäßigen Grenzen ein. Der jeweilige Augenblickswiderstand beträgt:

$$(36) \quad R_U = R_0 \left[1 + \frac{\alpha}{1 + U_0 \cdot \alpha} (U - U_0) \right],$$

α = Temperaturkoeffizient für 0° , U = Augenblickstemperatur.

Der Draht werde von einem Ruhestrom i_0 durchflossen, erzeugt durch eine Batteriespannung E ; der Widerstand des Restkreises sei r . Über dem Leiter liegt demnach ein Spannungsabfall:

$$(37) \quad e = \frac{R_U \cdot E}{R_U + r} = \frac{E R_{U_0} [1 + \alpha_{U_0} \Delta U]}{(r + R_{U_0}) \left(1 + \frac{R_{U_0} \cdot \alpha_{U_0} \Delta U}{r + R_{U_0}} \right)}.$$

Da $R_{U_0} \alpha_{U_0} \cdot \Delta U \ll r + R_{U_0}$ ist, läßt sich die Entwicklung:

$$\left(1 + \frac{R_{U_0} \alpha_{U_0} \cdot \Delta U}{r + R_{U_0}} \right)^{-1} = 1 - \frac{R_{U_0} \alpha_{U_0} \Delta U}{r + R_{U_0}}$$

hinter dem zweiten Gliede abbrechen, d. h. aus (37) wird

1) D. A. Z. 8. Juli 1923.

$$(37a) \quad e = \frac{E R_{U_0}}{r + R_{U_0}} + \frac{E R_{U_0} \cdot \alpha_{U_0} \cdot r \Delta U}{(r + R_{U_0})^2};$$

Spannungsabfall = Ruhespannung + thermisch hervorgerufene Wechsellspannung.

Zu beachten bleibt, daß r den Scheinwiderstand des Restkreises mit umfaßt, so daß die Auslegung von (37a) nur für sehr kleine Beträge desselben streng gilt.

Für die durch Schallerregung hervorgerufene Wechsellspannung besteht also das Gesetz:

$$(38) \quad \tilde{e} = \frac{E R_{U_0} \cdot r \cdot \alpha_{U_0} \Delta U}{(r + R_{U_0})^2} = \frac{E R_{U_0} \cdot r \cdot \alpha_{U_0} U_1}{(r + R_{U_0})^2} \cdot e^{i(\omega t + \chi)}.$$

\tilde{e} wird ein Maximum, wenn E , α_{U_0} und ΔU Maximalwerte erreichen und die in der Elektrotechnik überall bei Leistungsübertragung vorkommende Bedingung erfüllt ist: Generatorwiderstand R_{U_0} = Verbraucherwiderstand r . Frequenzgleichheit ist bei der Übertragung gewahrt, die Phaseverschiebung χ zwischen thermischer und elektrischer Welle wird nur dann merkliche Werte annehmen, wenn große Induktivitäten im Thermophonstromkreise liegen.

Betrachtet man das Ergebnis (38) zahlenmäßig, so erscheint der Wirkungsgrad der Umsetzung von Wärmewellen in elektrische nicht sehr günstig. Der Temperaturkoeffizient α liegt bei den meisten Metallen zwischen 0,0035 und 0,0045, d. h. E müßte den praktisch kaum zu realisierenden Wert von 1000 Volt haben, damit bei guter Widerstandsabgleichung die Temperaturschwankung zu etwa 100 Proz. elektrisch umgesetzt würde. Und in Wirklichkeit liegen die Verhältnisse sogar noch schlechter, denn bei Ableitung der Gleichung (38) ist ein Punkt unberücksichtigt geblieben: Dank des positiven Temperaturkoeffizienten der Metalle erhöht eine (akustisch bewirkte) Wärmezufuhr den Drahtwiderstand und schwächt dadurch den Ruhestrom i_0 ; dieser erhielt aber gerade durch seine Wärmeentwicklung die Gleichgewichtstemperatur U , seine Drosselung wird also ein Sinken der Leitertemperatur hervorrufen, dadurch den Einfluß der thermischen Fremderregung schwächen und die Wechselstromamplitude senken.

b) Wärmewellen \rightarrow Widerstandsschwankung elektrolytischer Leiter \rightarrow Wechselstrom.

Mit den letzten Überlegungen ist ein Fingerzeig gegeben für bessere Ausnutzung thermisch umgesetzter Schallerregung.

Wenn ein positiver Temperaturkoeffizient schwächend wirkt, wird ein negativer umgekehrt wie durch Saugwirkung die elektrischen Amplituden heben. Als Thermophonmaterial kämen dann allerdings nicht mehr Metalle, sondern „elektrolytische“ Leiter in Frage, aber diese haben neben der geeigneten Richtung des Widerstandsabfalls auch noch den Vorteil, Temperaturkoeffizienten zu besitzen, welche die Koeffizienten metallischer Leiter um viele Größenordnungen übertreffen. Außerdem lassen sich mit ihnen erheblich höhere Temperaturen erreichen. Die Schwierigkeiten ihrer Benutzung sind auf der andern Seite recht erheblich, denn meist handelt es sich um schlecht zu bearbeitende und seltene Materialien, die nie in annähernd so geeignete dünne Drahtform zu bringen sind wie etwa Wollastondrähte. Es müßte sich durch Versuche zeigen, ob diese Hindernisse überwindbar sind; als Materialien scheinen besonders in Frage zu kommen: Nernstmasse und reines Bor, das zwischen 0°C und 200°C einen äußerst steilen negativen Temperaturkoeffizienten aufweist.

Als Leitermaterial in demselben Sinne wäre auch der elektrische Lichtbogen zu untersuchen. Da es sich hier um keinen festen Stoff, sondern eine ionisierte Gasstrecke handelt, sind die bisher entwickelten Begriffe auf diesen Fall nur modifiziert anwendbar: immerhin wird der Konvektionsstromeffekt wie oben wirksam sein, nur könnte parallel mit ihm durch den Schall ein rein mechanischer Effekt der Bogenlängenänderung und -Deformation ausgelöst werden, der gleichfalls zu periodischen Widerstandsschwankungen Anlaß gäbe. Hinderlich für eine technische Verwertung werden sich Zischgeräusche und freiwillige Stromschwankungen des Bogens bemerkbar machen, ferner sein Emporbiegen und Flackern beim Betriebe in horizontaler Lage.

c) Indirekte Übertragung: Wärmewellen \longrightarrow Glühelktronenemission.

Mit der Heranziehung „elektrolytischer“ Leiter scheinen die Mittel erschöpft, auf dem Wege der direkten Benutzung des Thermophonruhestromes als Träger des Wechselstromes eine weitere Wirkungssteigerung der akustisch-elektrischen Übertragung zu erreichen. Offen steht aber der schon beim Übergang vom Schwingungseffekt zum Konvektionsstrom-

effekt mit Erfolg beschrittene Weg einer Art Relaissteuerung. Im vorliegenden Falle müßte es sich darum handeln, durch die dem Leiter zugeführten Wärmewellen einen physikalischen Effekt auszulösen, der, mit höheren Potenzen von T fortschreitend, einen elektrischen Strom steuern könnte. Eine solche Möglichkeit liegt vor in der Beeinflussung der Glüh-elektronenemission bzw. der Ionisierung, die ein glühender Körper in dem umgebenden Gase hervorruft. Benutzt man als Thermophondraht einen zum Glühen gebrachten Körper, so wird der Elektronenaustritt desselben durch Temperaturschwankung nach dem Richardsonschen Gesetz beeinflusst in einer die Linearität bei den betreffenden Temperaturen erheblich übersteigenden Weise; mit entsprechenden Potenzen der Temperatur steigt seine Wirksamkeit als Ionisator. Wird der Glühkörper nun zur Kathode und eine Auffangvorrichtung zur Anode einer elektrischen Spannung gemacht, so muß ein Ionenstrom in dem Gasmedium zwischen beiden Elektroden übergehen, der eine auf die Glühkathode thermisch einwirkende Schallerregung in Stromstärkeschwankungen abbilden wird. Negative Charakteristik des Glühmaterials ist natürlich auch für diesen indirekten Effekt günstig.

Hier wie bei der Übertragung unter b) ist zu beachten, daß teilweise recht stark gekrümmte Stromspannungscharakteristiken vorliegen, also der Arbeitspunkt möglichst an eine Stelle konstanter Steigung zu legen ist, um merkliche Störungen der Schallreinheit durch Oberwellen zu vermeiden.

C. Zusammenfassung.

Die Fragestellung lautete: Ist bildgetreue Umsetzung akustischer in elektrische Wellen unter Benutzung der Wärme als Vermittler zu erreichen? Es ergibt sich, daß drei prinzipiell verschiedene thermische Einwirkungsmöglichkeiten akustischer Erregungen auf elektrische Leiter vorliegen, charakterisiert durch die Wirkung der Schallknoten, der Schallbäuche primär und der Schallbäuche in Verbindung mit einem Konvektionsstrom, also sekundär. Die hierbei auftretenden thermischen Effekte werden dementsprechend Knoteneffekt, Schwingungseffekt und Konvektionsstromeffekt genannt; der erste und dritte kommen, wie nachgewiesen wird, für Thermomikrophonzwecke in Frage. Die weitere Diskussion zeigt, daß wiederum

dreier Hauptmöglichkeiten bestehen, die akustisch erregte Wärmewirkung in elektrischen Strömen abzubilden, je nach dem die Natur des Leiters metallisch oder elektrolytisch und die Schaltung des Empfängers im primären Mikrophonkreis oder in sekundär beeinflussten Stromkreisen gewählt wird. Wo die geschilderten Vorgänge strenger Behandlung zugänglich sind, werden Entwicklung und Resultate in mathematischer Formulierung gegeben.

Göttingen, Institut für angewandte Elektrizität.

(Eingegangen 9. August 1924.)

6. Zur Kenntnis der Gold-Kupfer-Legierungen; von Ernst Sedström.

Die Gold-Kupfer-Legierungen sind mehrmals untersucht worden und die bisherige Ansicht ist wohl die gewesen, daß die beiden Komponenten sowohl im flüssigen als auch im kristallisierten Zustande in allen Verhältnissen miteinander mischbar sind.¹⁾ In diesem Sinne möchte man beinahe alle bisher vorliegenden Untersuchungen deuten. Unsere Kenntnis von der Konstitution der Metallegierungen haben wir ja im wesentlichen dem Studium der Erstarrungs- und Umwandlungsvorgänge, der sog. thermischen Analyse, zu verdanken. Das Zustandsdiagramm der Gold-Kupfer-Legierungen ist von Kurnakow und Zemczuzny festgestellt worden.²⁾ Die Schmelzkurve hat ein einziges Minimum bei etwa 80 Gew.-Proz. Gold (Typus III nach Roozeboom). Die elektrische Leitfähigkeit ist von Matthiessen³⁾ und die Thermokraft von Rudolphi⁴⁾ studiert. Vom Verfasser ist vor einigen Jahren sowohl die Thermokraft als auch die elektrische Leitfähigkeit an 11 Proben gemessen.⁵⁾ Die physikalischen Eigenschaften können gemäß allen diesen Arbeiten durch kettenförmige Linien wiedergegeben werden. Um Vergleiche mit später erwähnten Arbeiten zu ermöglichen, gebe ich meine Thermokraftkurve wieder, da ich diese Größe am genauesten habe messen können (Fig. 1). Nach dem Verfahren von Debye und Scherrer⁶⁾ sind die Legierungen von Kirchner⁷⁾ und Bain⁸⁾ untersucht worden. Sie

1) Vgl. z. B. G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie. 3. Aufl. S. 302. Leipzig 1923.

2) Kurnakow u. Zemczuzny, Zeitschr. f. anorgan. Chem. 54. S. 149. 1907.

3) L. Matthiessen, Pogg. Ann. 110. S. 217. 1860.

4) P. Rudolphi, Zeitschr. f. anorg. Chem. 67. S. 65. 1910.

5) E. Sedström, Ann. d. Phys. 59. S. 134. 1919.

6) P. Debye u. P. Scherrer, Götting. Nachr. 1916. S. 1.

7) F. Kirchner, Ann. d. Phys. 69. S. 59. 1922.

8) Bain, Chem. et Met. Eng. 28. S. 21. 1923.

zeigen sämtlich einheitliche Gitter, und zwar flächenzentrierten Typus.

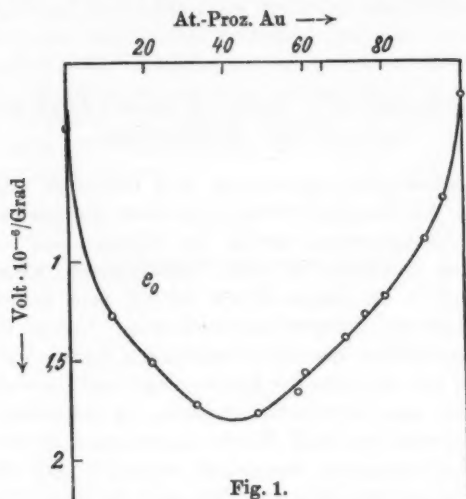


Fig. 1.

Vor einiger Zeit wurde mir aber eine Arbeit über die elektrische Leitfähigkeit und ihren Temperaturkoeffizienten von

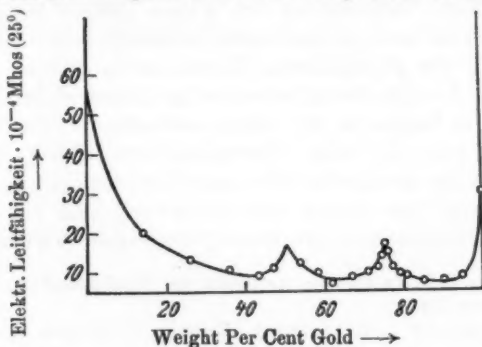


Fig. 2.

Kurnakow, Zemczuzny und Zasedatelev bekannt.¹⁾ Es scheint mir, als ob diese Arbeit in der deutschen Literatur

¹⁾ Kurnakow, Zemczuzny u. Zasedatelev, Journ. of the Inst. of Metals 15. S. 305. 1916.

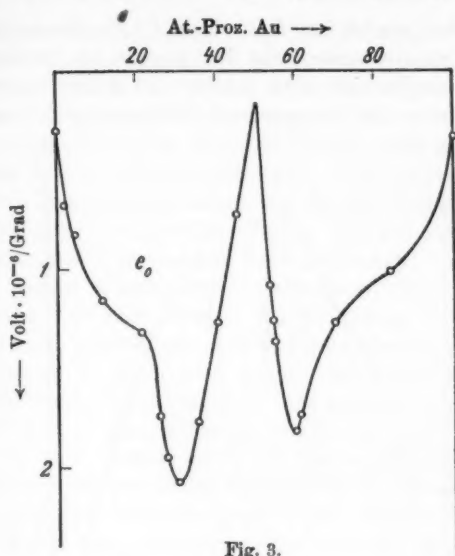


Fig. 3.

Tabelle.
AuCu.

Gew. %	Atom %	Volt · 10 ⁻⁹ /Grad	Ohm/cm · 10 ⁻⁸	Watt cm/Grad
Au	Au	e_0	ϱ_0	λ_0
0	0	- 0,31	1,9	3,55
5,4	1,8	0,68	3,2	2,37
12,4	4,4	0,83	4,7	1,71
27,3	10,9	1,16	7,3	0,91
45,0	20,9	1,32	10,4	0,62
50,8	25,0	1,74	10,8	0,59
54,0	27,4	1,95	11,4	0,52
57,0	30,0	2,08	11,8	0,53
62,6	35,1	1,78	13,0	0,48
67,2	39,8	1,27	13,6	0,47
71,9	45,0	0,73	10,5	0,62
78,1	53,5	1,09	7,6	0,92
78,2	53,7	1,26	7,6	0,85
78,9	54,7	1,37	8,4	0,72
82,1	59,6	1,32	11,6	0,51
82,4	60,2	1,74	11,6	0,83
87,5	69,2	1,28	11,6	0,50
94,1	83,8	1,02	8,0	0,73
100	100	0,34	2,27	2,93

ganz übersehen worden ist. Daher gebe ich die Kurnakowsche Leitfähigkeitskurve wieder (Fig 2). Daraus ist unbedingt auf zwei chemische Verbindungen (AuCu_3 und AuCu) zu schließen. Auch die Kurve des Temperaturkoeffizienten weist auf diese Verbindungen hin.

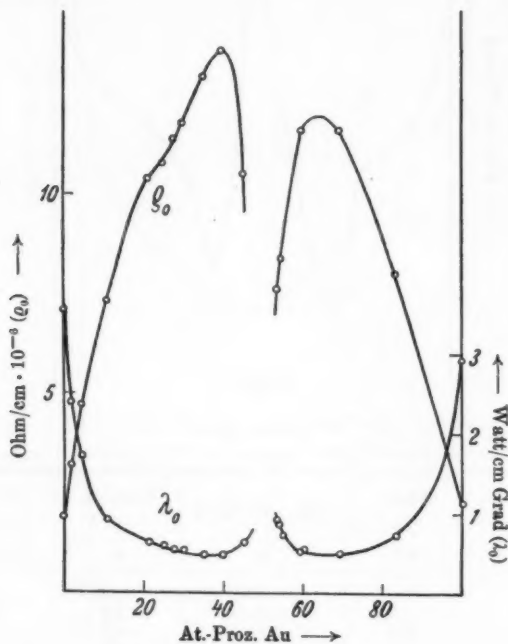


Fig. 4.

Dieses Resultat ist also mit den bisherigen kaum übereinstimmend. Daher bin ich veranlaßt worden, die Sache aufs neue aufzunehmen. Die vorigen von mir untersuchten Legierungen waren in Luft oder Kohlensäure geschmolzen und getempert (Fig. 1). Daher habe ich jetzt die physikalischen Eigenschaften an vakuumgeschmolzenem Material untersucht. Fig. 3 gibt die Thermokräfte, Fig. 4 den elektrischen Widerstand und die thermische Leitfähigkeit wieder. Die Tabelle gibt die Werte der vakuumgeschmolzenen Legierungen genauer an.

Ich gehe hier auf die Methode der Messungen nicht näher ein, da diese an anderem Orte beschrieben worden ist.¹⁾ Nur möchte ich folgendes bemerken. Als Ausgangsmaterial habe ich benutzt: Cuprum metallic. puriss. pro analysi (elektrolytisch dargestellt) von der Firma Merck in Darmstadt, Gold, besonders rein, vom Königl. Schwed. Münzamt. Die Legierungen sind alle durch Zusammenschmelzen der beiden Komponenten erhalten und zwar in folgender Weise. Die auf 0,1 mg genau berechneten und abgewogenen Substanzmengen, etwa 0,4 mg, sind in kleinen Quarzrohren geschmolzen. Das Innere des Rohres war um eine etwaige Verunreinigung der Schmelze durch Silicium vorzubeugen, mit Magnesia ausgekleidet, das als Tiegelmaterial in sehr vielen Fällen zu empfehlen ist. Als Flußmittel wurde Borax verwandt. Die geschmolzene Legierung nahm die Gestalt eines Kügelchens an, was gewiß der Homogenisierung von Vorteil war. Die Homogenität der festen metallischen Lösungen hängt bekanntlich in hohem Grade davon ab, daß das Kristallisationsintervall langsam durchlaufen wurde. Durch eine allmähliche Änderung des Vorschaltwiderstandes konnte die Temperatur des Ofens beliebig langsam geändert werden. Nach dem Schmelzen wurden die Legierungen zu Drähten mit einer Länge von etwa 3 cm und einem Querschnitt von etwa 1 qmm ausgewalzt. Um die Einwirkungen der mechanischen Vorgeschichte möglichst auszugleichen, wurden die Legierungen nochmals bis in die Nähe ihrer Schmelzpunkte erhitzt.

Die von mir gemessene Größe ist die Peltierwärme gegen Kupfer bei 0°. Gemäß der Thomsonschen Grundgleichung der Thermoelektrizität

$$e = \frac{\pi}{T}$$

habe ich die Thermokräfte gegen Kupfer berechnen können.

e_0 gibt diese Thermokraft in Mikrovolt pro Grad Temperaturdifferenz an. λ_0 ist die Wärmeleitfähigkeit in $\frac{\text{Watt}}{\text{cm/Grad}}$ und ist aus den Angaben der thermoelektrischen Messungen

1) G. Borelius, Ann. d. Phys. 52. S. 398. 1917 u. 56. S. 388. 1918; E. Sedström, Einige physikalische Eigenschaften metallischer Mischkristalle, Dissertation, Stockholm 1924.

nach einer Methode von Borelius berechnet.¹⁾ Schließlich habe ich den elektrischen Widerstand durch eine einfache Stromspannungsmethode messen können. ϱ_0 ist der elektrische Widerstand eines Zentimeterwürfels in Mikroohm bei 0°.

Die verschiedenen physikalischen Eigenschaften der drei Reihen der Gold-Kupfer-Legierungen fallen sofort in die Augen. Fig. 1 zeigt uns den Typus einer vollständigen Mischkristallreihe. Die meisten bisher untersuchten Gold-Kupfer-Legierungen haben eine derartige Konstitution, wie z. B. die von Matthiessen und Rudolphi. Die Kurve von Kurnakow (Fig. 2) weist auf zwei chemische Verbindungen hin (AuCu und AuCu_2). In meinen vakuumgeschmolzenen Legierungen tritt nur die erstgenannte Verbindung auf, und ich möchte besonders bemerken, daß diese Verbindung mit dem Minimum der Schmelzkurve zusammenfällt, da man annehmen darf, daß dieses Minimum bei 50 At.-Proz. Au liegt. Ich glaube sagen zu dürfen, daß wir in allen drei Fällen mit ziemlich stabilen Verhältnissen zu tun haben. Es scheint somit wahrscheinlich, daß wir bei verschiedenen Herstellungsweisen etwas verschiedene Gleichgewichtszustände erreichen können.

Die metallischen Verbindungen zeichnen sich ja im allgemeinen durch eine sonderartige Gitterstruktur aus. Ob das auch mit der von mir nachgewiesenen Verbindung (AuCu) der Fall ist, ist noch nicht untersucht. Es ist ja eine offene Frage, ob die Atomarten im Gitter statistisch ungeordnet sind oder nicht.²⁾ Vielleicht sind die Atomarten im allgemeinen regellos verteilt, können sich aber bei bestimmten einfachen Atomverhältnissen in einer regelmäßigen Atomverteilung einordnen. Die physikalischen Eigenschaften werden dann in der erwähnten Weise beeinflußt. Auch eine solche Anordnung der Atomarten sollte sich durch Kristallanalyse durch Röntgenstrahlen kundgeben.

Bezüglich der mechanischen Eigenschaften möchte ich erwähnen, daß die Legierungen bei etwa 50 At.-Proz. Au äußerst spröde sind, was aber in der Nähe von 25 At.-Proz. Au durchaus nicht der Fall ist.

1) G. Borelius, Ann. d. Phys. 52. S. 398. 1917 u. 56. S. 388. 1918.

2) G. Borelius, Ann. d. Phys. 74. S. 216. 1924.

In diesem Zusammenhang möchte ich auch erwähnen, daß ich die obigen physikalischen Eigenschaften an einer großen Zahl von anderen Legierungen studiert habe: 19 AuAg, 17 CuNi, 17 PdAu, 20 PdAg, 40 PdCu, 7 PdNi, 13 PtCu, 3 AuZn, 3 AuCd, 4 AgZn, 6 AgCd, 4 CuZn, 8 SnAg. Für das Studium der Resultate dieser Untersuchung verweise ich ganz auf meine Dissertation, möchte aber erwähnen, daß es mir in einigen Fällen (PdCu und PtCu) gelungen ist, die Zustandsdiagramme zu berichtigen.¹⁾

Die vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Stockholm ausgeführt worden. Ich möchte dem Direktor des Instituts, Hrn. Prof. Dr. G. Borelius, meinen herzlichsten Dank aussprechen für das rege Interesse, das er immer für meine Arbeit gehegt hat.

Stockholm, Physikal. Institut der Techn. Hochschule,
Juli 1924.

1) E. Sedström, Einige physikalische Eigenschaften metallischer Mischkristalle, Dissertation, Stockholm 1924.

(Eingegangen 18. Juli 1924.)

7. Über die strenge Gültigkeit des Gleichverteilungssatzes bei Oszillatoren und Rotatoren.

[Bemerkung zu einer Arbeit von George Jaffé¹⁾];
von Richard Becker.

Befinden sich N elastisch gebundene Atome (Masse m_1 , Eigenfrequenz ν) im thermischen Gleichgewicht mit N Atomen eines idealen Gases (Masse m_2), so beträgt nach der klassischen statistischen Mechanik die thermische Energie des Gases $\frac{3}{2}RT$, diejenige der gebundenen Atome (welche in thermischer Hinsicht als Bild eines „festen Körpers“ anzusehen sind) $3RT$, die spezifischen Wärmen daher $\frac{3}{2}R$ bzw. $3R$. Dieses Resultat ist insbesondere unabhängig von der Größe der Frequenz ν . Jaffé¹⁾ weist nun auf die folgende interessante Konsequenz dieses Satzes hin: Ein oszillatorischer Freiheitsgrad soll zwar beim Übergang zu immer größeren ν -Werten (d. h. zu immer festeren Bindungen) stets den gleichen mittleren Energieinhalt kT besitzen, während im Grenzfall absoluter Starrheit der Energieinhalt *unstetig* auf Null heruntergeht. Die Folgerung wird von Jaffé als „logisch wenig befriedigend“ bezeichnet. Er fordert demgegenüber, daß auch statistisch die ideale Starrheit sich als stetiger Grenzfall elastischer Deformierbarkeit ergeben müsse, und versucht dementsprechend zu beweisen, daß jener Schluß der statistischen Mechanik nicht zwingend ist, daß diese vielmehr bei richtiger Behandlung eine Ungültigkeit des Gleichverteilungssatzes zuläßt in dem Sinne, daß der Energieinhalt des festen Körpers bei wachsender Festigkeit der Bindung sich in stetiger Weise dem Wert Null nähert.

Der anschauliche physikalische Kern der Jafféschen Rechnung ist etwa folgender:

1) G. Jaffé, Ann. d. Phys. 74. S. 628. 1924.

Beim Zusammenstoß zwischen einem gebundenen und einem freien Atom mögen diese z. B. mit einer abstoßenden Kraft aufeinander wirken, welche in stetiger Weise mit abnehmender Entfernung zunimmt. Ob in einem bestimmten Moment des Zusammenstoßes dem gebundenen Atom Energie zugeführt oder entzogen wird, hängt davon ab, ob es durch die abstoßende Kraft beschleunigt oder gebremst wird, d. h. ob die in Richtung der Kraft genommene Komponente seiner Geschwindigkeit der Kraft gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist. Wir betrachten nun den Fall einer sehr festen Bindung (großes ν) oder — was auf dasselbe hinauskommt — einer sehr langsamen Bewegung des freien Atoms (kleines T). Ist ν so groß, daß während einer Schwingung des gebundenen Atoms das freie sich nur sehr wenig weiterbewegt, so hat die abstoßende Kraft am Ende der Schwingung noch fast den gleichen Betrag wie zu Beginn derselben, so daß die während einer Hälfte der Schwingung aufgenommene Energie nahezu kompensiert wird durch diejenige, welche während der andern Hälfte abgegeben wird. Die Beeinflussung der Bewegung von m_1 durch den Stoß ist in diesem Fall näherungsweise als statisch zu bezeichnen, indem der Stoß lediglich eine vorübergehende, der abstoßenden Kraft entsprechende Verschiebung des Schwingungsmittelpunktes zur Folge hat. Nach Beendigung des Stoßes hat m_1 fast dieselbe Schwingungsenergie wie vorher, während das freie Atom nahezu elastisch reflektiert wird.¹⁾ Die während eines Stoßes übertragene Energie nähert sich also mit zunehmender Festigkeit der Bindung tatsächlich stetig dem Wert Null.

Aus diesem Verhalten leitet nun Jaffé die Existenz einer „Grenzinvariante“ ab, indem er behauptet, daß, wenn E_1 und E_2 bzw. E_1' und E_2' die Energien des gebundenen und freien Atoms vor bzw. nach dem Stoß bedeuten, im Fall extrem fester Bindung nicht nur

1) Diese Art der Beeinflussung wird in der Atomtheorie als adiabatisch bezeichnet. In der Experimentalphysik versucht man einen analogen Vorgang zu realisieren, wenn man zur Registrierung des zeitlichen Verlaufs einer schnell veränderlichen Größe für eine möglichst hohe Eigenfrequenz des Meßinstruments (Membran, Galvanometer) Sorge trägt.

$$(1a) \quad E_1 + E_2 = E_1' + E_2'$$

ist, sondern auch einzeln

$$(1b) \quad E_1 = E_1' \quad \text{und} \quad E_2 = E_2'.$$

Sobald außer (1a) auch (1b) erfüllt ist, kann offenbar von einer Gültigkeit des Gleichverteilungssatzes keine Rede sein, da ja dann ein gebundenes Atom einem bewegten keine Energie entziehen oder zuführen kann. Hieraus zieht Jaffé den Schluß, daß bei hinreichend fester Bindung ein Gas vom Energieinhalt $\frac{3}{2} RT$ sich mit dem „festen“ Körper im Gleichgewicht befinden kann, auch wenn letzterer einen von $3 RT$ weit (insbesondere nach unten) abweichenden Energieinhalt besitzt.¹⁾

Dieser Schlußfolgerung liegt offenbar eine Verkenennung des Begriffes „thermisches Gleichgewicht“ zugrunde. In Wirklichkeit ist nämlich Gleichung (1b) zu ersetzen durch

$$(1c) \quad E_1 = E_1' + \varepsilon; \quad E_2 = E_2' - \varepsilon,$$

wo die für uns wesentliche Eigenschaft von ε darin besteht, daß es mit unbegrenzt wachsendem ν stetig gegen Null geht. Durch Wahl eines hinreichend großen ν -Wertes können wir zwar erreichen, daß die beim einzelnen Stoß ausgetauschte Energie unter einen beliebig kleinen (aber endlichen) Betrag sinkt. Das bedeutet jedoch keineswegs eine Durchbrechung des Gleichverteilungssatzes, sondern hat nur zur Folge, daß die *Geschwindigkeit*, mit welcher das thermische Gleichgewicht sich einstellt, unter einen vorgegebenen Betrag herabgedrückt werden kann. Die Zeitdauer bis zur Einstellung des Gleichgewichts kann bei großen ν -Werten ungeheuer groß werden,

1) Die Bemerkungen des Textes beschränken sich auf § 1 der Jafféschen Arbeit, in welchem der Fall extrem großer ν -Werte bei Oszillatoren behandelt wird. Sie gelten jedoch fast unverändert auch für die in § 2 behandelten Rotatoren. Die Überlegungen des § 3, welche sich auf beliebige ν -Werte erstrecken, können vor allem deshalb nicht als beweisend angesehen werden, weil die in Gl. (67) dargestellte „Invariante“ periodisch von der Zeit abhängt und daher nur in diskreten Zeitpunkten den gleichen Wert besitzt, wie auch von Jaffé selbst bei ihrer Herleitung angegeben wird.

dagegen ist das Gleichgewicht selbst exakt durch den klassischen Wert $3RT$ gegeben. Man übersieht danach die Verhältnisse leicht durch folgenden Gedankenversuch:

Wir lassen ein Grammatom eines Gases von der Temperatur T_0 in ein Gefäß einströmen, welches ein Grammatom des festen Körpers vom Energieinhalt Null enthält. Nach der Mischungsregel erwarten wir auf Grund der klassischen statistischen Mechanik eine von ν unabhängige Endtemperatur des Gases von der Größe $T = T_0 \cdot \frac{3}{2} R : (\frac{3}{2} R + 3R)$. Die Zeit jedoch, welche bis zum Einstellen dieser Temperatur verstreicht, können wir durch Vergrößerung von ν beliebig ausdehnen. Solange sie nach Sekunden oder nach Stunden zählt, wird man eine experimentelle Bestätigung des Gleichverteilungssatzes erwarten. Zählt sie aber nach vielen Jahrtausenden, so wird man praktisch keine Abkühlung des Gases beobachten und daher für den festen Körper die spezifische Wärme Null konstatieren, ein Resultat, welches aber nicht in einer Ungültigkeit des Gleichverteilungssatzes, sondern in der zu kurzen Lebensdauer des Experimentators seine Ursache hat.

Wir kommen somit zu dem Ergebnis, daß die Behauptung der klassischen statistischen Mechanik von der unstetigen Änderung des Energieinhalts beim Übergang von sehr fester zu absolut starrer Bindung in vollem Umfang aufrecht zu erhalten ist, daß jedoch dieser Unstetigkeit kein experimentell zugängliches Gegenstück in der Erfahrungswelt entspricht, da die zu ihrer Beobachtung erforderlichen Zeiträume mit zunehmender Starrheit unbegrenzt anwachsen.¹⁾

Man kann wohl mit Sicherheit behaupten, daß die beobachteten Unterschreitungen von $3R$ bei der spezifischen Wärme fester Körper nicht in dieser Weise zu erklären sind. Denn alsdann müßte bei Werten, die zwischen 0 und $3R$ liegen, der Wärmeaustausch zwischen Gas und festem Körper in auffallend langsamer Weise erfolgen, wovon aber nie etwas

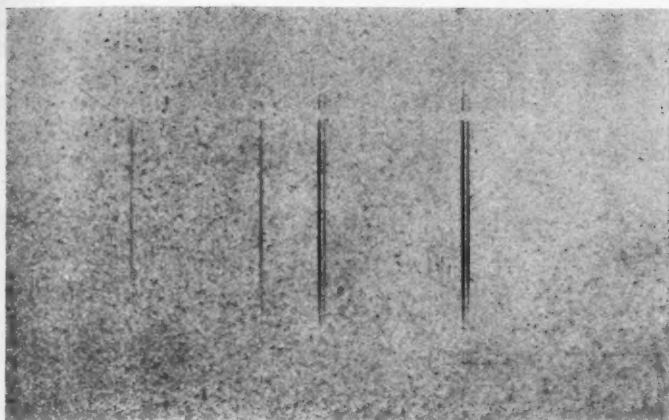
1) Die hier auftretende gedankliche Schwierigkeit ist keineswegs eine besondere Eigentümlichkeit des vorliegenden Problems. Man findet sie z. B. immer dann, wenn man das *Endresultat* von zwei Bewegungen vergleicht, von denen die eine mit einer beliebig kleinen, aber endlichen Geschwindigkeit, die andere jedoch mit der Geschwindigkeit Null erfolgt.

beobachtet wurde. Man muß vielmehr jene Unterschreitungen ansehen als eine experimentelle Widerlegung der mechanischen Ansätze, welche der klassischen statistischen Mechanik zugrunde liegen. Von den Gesetzen, welche an deren Stelle zu treten haben, wissen wir in quantitativer Hinsicht bisher nur soviel, als daß sie in ihrer Wirkung der bekannten Bedingung von Klein und Rosseland¹⁾ genügen müssen. Auf jeden Fall ist es interessant zu bemerken, daß die klassische Statistik gerade für solche Werte von ν und T versagt, wo sie nach dem vorstehenden einen merklich verzögerten Wärmeaustausch würde erwarten lassen.

Berlin-Grunewald, August 1924.

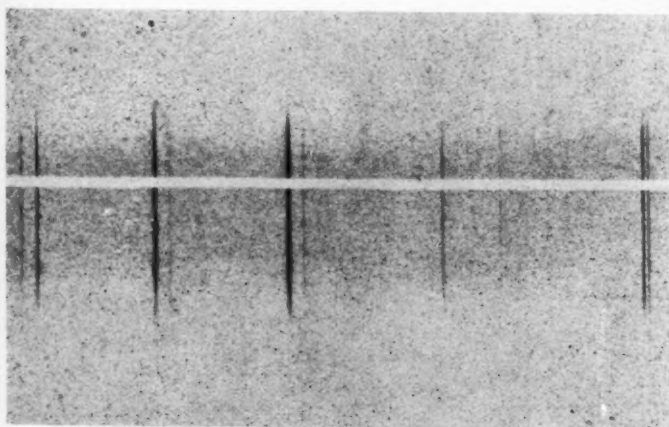
1) O. Klein u. S. Rosseland, Zeitschr. f. Phys. 4. S. 46. 1921.

(Eingegangen 15. August 1924.)



β_1 β_1 $\alpha_1 \alpha_2$ $\alpha_1 \alpha_2$
 ZnK CuK ZnK CuK

Fig. 3 (9fache Vergrößerung).



$\beta_2 \beta_1$ $\alpha_1 \alpha_2$ $\alpha_1 \alpha_2$ β_1 $\alpha_1 \alpha_2$
 AuL PbL AuL CuK CuK

Fig. 4 (9fache Vergrößerung).